



**1UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II**

**C.I.R.A.M. - Centro Interdipartimentale Ricerca Ambiente**



**DOTTORATO DI RICERCA IN**  
***ANALISI DEI SISTEMI AMBIENTALI***  
***XXI CICLO 2005-2008***

**dott. ing. VIRGINIA CORRADO**

**EFFETTI DINAMICI SU CONDOTTE INTERRATE IN ZONA  
SISMICA**

**Coordinatore**

Ch.mo prof. L. Lirer

**Tutor**

Ch.mo prof. M. Giugni

Ch.mo prof. B. D'Acunto

*A mio padre*

## Indice

<b>Introduzione</b>			<b>3</b>
<b>Capitolo</b>	<b>1</b>	<b>La nuova normativa sismica</b>	<b>6</b>
	1.1	I principi innovatori	6
	1.2	Azioni sismiche sulle opere idrauliche	9
<b>Capitolo</b>	<b>2</b>	<b>Fenomeni sismici</b>	<b>15</b>
	2.1	Generalità	15
	2.2	Intensità sismica e spettri di risposta	18
	2.3	Periodi sismici	25
<b>Capitolo</b>	<b>3</b>	<b>Risposta dinamica delle condotte</b>	<b>27</b>
	3.1	Generalità	27
	3.2	Schematizzazione dell'interazione terreno- condotta	29
	3.2.1	Modello rigido di Newmark	29
	3.2.2	Modello di interazione elastica terreno- struttura	31
	3.2.3	Modello di Nagao et al.	32
	3.2.4	Modello di Mavridis & Pitilakis	37
	3.2.5	Confronto modelli	42
<b>Capitolo</b>	<b>4</b>	<b>Un nuovo approccio alla risposta dinamica di condotte interrate in zona sismica (FLBDWF: Finite Length Beam on Dynamic Winkler Foundation)</b>	<b>44</b>

	4.1	Generalità	44
	4.2	Il modello FLBDWF	45
	4.3	Modelli numerici	47
	4.3.1	Metodo esplicito di MacCormack (MC)	50
	4.3.2	Metodo implicito di Crank-Nicolson (NC)	52
	4.3.3	Metodo esplicito di Courant-Friederichs-Lewy (CFL)	52
	4.4	Confronto modelli numerici	53
	4.4.1	Caso A (estremo sinistro vincolato, termine forzante nullo)	54
	4.4.2	Caso B (estremo destro vincolato, termine forzante nullo)	60
	4.4.3	Caso C (termine forzante diverso da zero)	67
	4.4.4	Condizione estremi liberi	70
	4.4.5	Condizione estremi vincolati	73
<b>Capitolo</b>	<b>5</b>	<b>Un caso di studio: condotte in acciaio</b>	<b>79</b>
	5.1	Generalità	79
	5.2	Caratteristiche condotta-terreno	78
	5.3	Risultati numerici	81
	5.3.1	Condotta libera alle estremità	81
	5.3.2	Condotta vincolata rigidamente alle estremità	85
	5.3.3	Influenza dei vincoli d'estremità	87
<b>Conclusioni</b>			<b>93</b>
<b>Bibliografia</b>			<b>99</b>

## INTRODUZIONE

*La progettazione antisismica delle opere idrauliche (quali dighe, serbatoi per acquedotti, reti idriche di distribuzione, reti di drenaggio, ecc.) riveste, per un territorio ad elevato rischio sismico quale l'Italia, notevole importanza ai fini della difesa dalle calamità naturali.*

*In realtà solo in epoca relativamente recente tale tematica è stata affrontata in modo organico da parte degli operatori responsabili e degli specialisti, nell'ambito di una visione unitaria dei problemi.*

*Se, infatti, è in genere ben più rilevante il danno che può essere inflitto da un sisma al patrimonio edilizio ed industriale - sia per quanto concerne la perdita di vite umane che per i costi di ripristino e ricostruzione - il danneggiamento delle infrastrutture idrauliche può dar luogo, oltre a danni comunque rilevanti (e talvolta devastanti, come nei casi, per fortuna rari, di cedimento di opere di sbarramento), ad effetti indiretti di notevole gravità, quali, ad esempio, l'impossibilità di spegnere incendi provocati dal terremoto o di far fronte ad epidemie favorite da carenza idrica.*

*Con particolare riferimento alla risposta dinamica delle tubazioni interrate, i danni subiti dalle reti idrauliche (e, più in generale, dalle lifelines) in conseguenza di eventi sismici, pur se non di frequente di tipo strutturale, possono essere tali da ridurre - talvolta in maniera anche significativa - la funzionalità, ostacolando così la ripresa economica e sociale delle aree colpite nel dopo sisma. Il danneggiamento strutturale delle tubazioni può avere, ovviamente, effetti devastanti: si pensi, ad esempio, ai danni provocati da esplosioni o dal mancato spegnimento di incendi, ai problemi conseguenti ad una ridotta disponibilità per la distribuzione idrica o ai pericoli conseguenti al rilascio di sostanze chimiche e di inquinanti nel sottosuolo. Non minore preoccupazione, però, debbono destare i danni funzionali delle condotte, in genere più frequenti, un tipico esempio dei quali è costituito dalla rottura o dal dissesto delle giunzioni, con conseguenti perdite che, oltre a ridurre la potenzialità della rete di distribuzione, possono dar luogo ad effetti*

*indiretti di notevole gravità (riduzione delle pressioni, con conseguenti disservizi e pericoli di ritorni in rete; rischi di allagamenti; rischi di frane, cedimenti, sprofondamenti).*

*La frequente localizzazione in ambito urbano delle reti di adduzione e distribuzione di acqua e di gas rende, inoltre, maggiormente temibili i suddetti effetti.*

*Nelle zone soggette ad eventi sismici è, quindi, essenziale studiare tutti gli accorgimenti atti ad evitare che i servizi principali vengano interrotti o, quanto meno, utili a ridurre i danni.*

*La matrice comune agli studi sinora sviluppati è rappresentata dalla ricerca di un modello idoneo alla soluzione di un problema di dinamica strutturale alquanto complesso e per il quale le osservazioni sperimentali sono ancora carenti. Ne deriva necessariamente che la definizione di un modello del tipo suddetto risulta fondata su una serie di ipotesi e di formulazioni tuttora in parte da vagliare ed in attesa di verifica sperimentale. A tal proposito soccorre tuttavia in parte un principio di base, largamente accettato dai diversi organismi che elaborano raccomandazioni in tema di progettazione antisismica, che afferma non esservi, oltre certi limiti, un legame diretto fra livello di sicurezza e grado di sofisticazione del modello, per l'elevata aleatorietà dell'azione sismica che vanifica, nei fatti, la ricerca di particolare rigore nel modello di calcolo.*

*Se si prescinde da problemi locali particolari (di carattere soprattutto geotecnico), i quali richiedono una valutazione specifica volta per volta, e si concentra l'attenzione sugli effetti della propagazione del movimento sismico per condizioni geotecniche non anomale ed uniformi rispetto alla coordinata lineare, occorre sostanzialmente individuare un modello che consenta di simulare da un lato la partecipazione delle strutture lineari interrate alle diverse caratteristiche del movimento del terreno da punto a punto e, dall'altro, l'interazione tra la struttura e il terreno stesso.*

*Tale modello è stato individuato, negli studi suddetti, in una trave immersa in un mezzo elastico vibrante (**BDWF approach: Beam on Dynamic Winkler Foundation**) e dotata di modesta rigidezza (tale cioè da non condizionare il moto sismico del terreno).*

*La determinazione delle caratteristiche del moto del terreno è riferita all'immagine della propagazione delle onde in un mezzo elastico omogeneo (lo strato di terreno superficiale) posto al di sopra di un letto rigido (il bed-rock o gli strati inferiori più compatti) al quale è applicata l'eccitazione dinamica.*

*Sulla base di tali considerazioni, diversi modelli di interazione terreno-tubazione sono stati presentati in letteratura: in essi, tuttavia, si ammette, in generale, che la condotta abbia lunghezza infinita, prescindendo, quindi, non solo dalla sua effettiva lunghezza, ma anche dalla presenza di eventuali manufatti (ad esempio opere d'arte, blocchi d'ancoraggio, diramazioni) che inevitabilmente ne modificano il comportamento. Tali differenze risultano molto evidenti nel caso di una rete di distribuzione idrica o di drenaggio, in cui le diramazioni o i pozzetti si susseguono di solito a poche decine di metri; d'altra parte, anche per un acquedotto esterno, per il quale si può ipotizzare la presenza di opere d'arte ricorrenti a distanze generalmente maggiori, ci si trova di solito ben lontani dall'ipotesi di condotta infinitamente lunga.*

*Di conseguenza, nel presente lavoro di tesi, dopo un'attenta e accurata analisi del vigente quadro normativo sulla progettazione antisismica delle infrastrutture idrauliche e una breve introduzione di alcuni concetti fondamentali di ingegneria sismica, è stato sviluppato un nuovo approccio per l'analisi numerica della risposta dinamica di una tubazione posta in zona sismica, mirato a schematizzare il comportamento dinamico di una condotta di lunghezza finita (**FLBDWF approach: Finite Length Beam on Dynamic Winkler Foundation**). Tale approccio viene sviluppato e confrontato con alcuni modelli di interazione terreno-tubazione presenti in letteratura, prima menzionati, allo scopo di evidenziare i parametri che maggiormente influenzano l'interazione terreno-condotta.*

*La condotta viene considerata per ora continua, ammettendo cioè trascurabili le eventuali variazioni tra le caratteristiche della tubazione e del giunto, mentre per il terreno si è assunto un comportamento elastico lineare.*

## CAPITOLO 1: LA NUOVA NORMATIVA SISMICA

### 1.1 I PRINCIPI INNOVATORI

A fine marzo 2003 sono stati emanati nuovi criteri di classificazione sismica del territorio e nuove norme sulle costruzioni in zona sismica, dopo anni di scarso interesse da parte dello Stato su un tema socialmente ed economicamente di grande rilievo.

In realtà il cambiamento è avvenuto in modo atipico, in quanto si è fatto ricorso ad una Ordinanza della Presidenza del Consiglio (OPCM n. 3274 del 27.03.03), su proposta del Capo del Dipartimento della Protezione Civile (Cosenza, 2003), senza passare direttamente per la tradizionale via del Ministero delle Infrastrutture, di cui peraltro è stato acquisito il parere, considerando il problema della riclassificazione e del nuovo quadro normativo una vera e propria emergenza nazionale.

La valenza dell'Ordinanza è, in realtà, concettualmente molto ampia, in quanto sposta con decisione il baricentro del problema sismico verso la prevenzione, introducendo da un lato norme più estese sul miglioramento e sull'adeguamento sismico, ma soprattutto introducendo il principio secondo cui è obbligo **effettuare analisi di vulnerabilità sismica “degli edifici di interesse strategico e delle opere infrastrutturali la cui funzionalità durante gli eventi sismici assume rilievo fondamentale per la protezione civile”, entro cinque anni** (Cosenza, 2003). Per tali analisi vengono individuate opportune fonti di finanziamento e viene, inoltre, sottoscritto l'impegno, da parte della Protezione Civile, di individuare ulteriori fonti di finanziamento per le analisi, sentite le Regioni. E', inoltre, introdotto il principio secondo cui le Amministrazioni pubbliche, nello stendere i loro piani triennali della Legge 109/94, dovranno dare priorità alle attività di adeguamento sismico.

Il documento specificamente tecnico è presentato come Allegato all'Ordinanza ed è suddiviso nelle seguenti parti:

- Allegato 1: criteri per l'individuazione delle zone sismiche – individuazione, formazione e aggiornamento degli elenchi nelle medesime zone;



- Allegato 2: norme tecniche per il progetto, la valutazione e l'adeguamento sismico degli edifici;
- Allegato 3: norme tecniche per il progetto sismico dei ponti;
- Allegato 4: norme tecniche per il progetto sismico di opere di fondazione e di sostegno dei terreni.

La riclassificazione sismica, riportata nell'Allegato 1, detta criteri generali da specializzare a cura delle Regioni. I criteri sono perfettamente coerenti con quanto già adottato in data 7 novembre 2002, dalla Regione Campania che, quindi, ha già svolto, prima in Italia, l'attività conseguente.

La principale novità concettuale riguarda l'introduzione della **4<sup>a</sup> categoria sismica**, per cui in pratica tutto il territorio nazionale richiede una progettazione sismica. A tal proposito si evidenzia anche che la città di Napoli e gran parte della sua provincia, che in passato non erano classificate come zone sismiche, con l'attuale ordinanza rientrano nella zona sismica di secondo livello.

Le indicazioni per la nuova categoria sono molto semplificate e le Regioni possono, con propria iniziativa, evitare la progettazione antisismica in tale categoria (Cosenza, 2003).

In Figura 1.1 si è riportato la zonazione sismica nazionale in cui la quarta zona è rappresentata dal colore bianco.



**Figura 1.1:** Zonazione sismica nazionale (OPCM n. 3274 del 27.03.03).

Al fine di evitare traumi alla categoria professionale, si è scelto un periodo di transizione esteso (Cosenza, 2003): per 18 mesi sarebbero coesistite le due normative, quella esistente e quella appena approvata. Il 17 novembre 2004, inoltre, è stata pubblicata l'Ordinanza n. 3379 che dispone la proroga dell'entrata in vigore della normativa antisismica di altri sei mesi.

In particolare l'art. 6 recita "Ferma restando la possibilità di continuare ad applicare ed utilizzare le normative tecniche allegate all'Ordinanza di protezione civile n. 3274 del 2003 e successive modificazioni, nei termini e per le finalità ivi previste, il periodo di diciotto mesi di cui all'art. 2, comma 2, della medesima Ordinanza è prolungato di sei mesi".

Il 4 febbraio 2008 sono state pubblicate sulla Gazzetta Ufficiale, n. 29 Supplemento Ordinario n. 30, le nuove Norme Tecniche per le Costruzioni elaborate dal Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici (D.M. 14 gennaio 2008). Esse definiscono le regole da seguire per la progettazione, esecuzione e collaudo delle costruzioni, sia in zona sismica che in zona non sismica. Il documento, che tiene conto dell'attività e degli indirizzi emersi dalla Commissione consultiva per il monitoraggio, è coerente con le più recenti indicazioni degli Eurocodici e costituisce un unico testo aggiornato ed organico, destinato a sostituire i documenti normativi finora emanati.

Ne consegue che la normativa è interamente agli Stati Limite: non è pensabile, infatti, considerare alla base della normativa che una struttura possa rimanere in campo elastico per i terremoti distruttivi che fanno riferimento ad un periodo di ritorno di 475 anni, equivalente ad una probabilità del 10% di superamento in 50 anni. Infatti, in sostanziale accordo con quanto si fa nei paesi sismici, si perviene ad accelerazioni di progetto alla base della struttura che sono rispettivamente 0.35g, 0.25g, 0.15g e 0.05g per le quattro categorie. Tali accelerazioni vanno poi inserite negli spettri di risposta che sono, finalmente, dipendenti dalla stratigrafia del sito con amplificazioni massime di 2.5 ed ulteriori amplificazioni fino ad 1.35 in base alla geotecnica locale. Anche le forme spettrali dipendono dalla geotecnica di sito. Le accelerazioni orizzontali sulla struttura, dunque, possono essere molto elevate, fino all'ordine di 1g, come tutti i terremoti distruttivi hanno dimostrato ed è indispensabile consentire alle costruzioni escursioni in campo plastico fornendo loro adeguate capacità dissipative.

Con ciò vengono chiaramente definite le necessità di avere strutture caratterizzate da adeguata “duttilità”, mediante l’accurato studio dei dettagli costruttivi e imponendo che siano rispettati i requisiti della “gerarchia delle resistenze”, vale a dire che i meccanismi duttili si sviluppino prima di quelli fragili. Se tali requisiti sono soddisfatti, si dispone di adeguati “coefficienti di struttura” che riducono drasticamente le azioni calcolate in campo elastico.

Dal punto di vista concettuale, rimane invariato il concetto di “miglioramento”, ma viene introdotto anche il “miglioramento controllato”; in altre parole, le Regioni prescrivono non il raggiungimento della resistenza per la piena azione sismica della categoria, ma solo di una parte di essa. Ciò consentirà adeguamenti controllati, caratterizzati da una chiara quantizzazione dell’aumento di sicurezza e contemporaneamente metterà il tecnico in condizione di agire in maniera razionale in situazioni in cui il pieno miglioramento è impossibile.

Con tale Ordinanza, in conclusione, il Dipartimento della Protezione Civile assume un fondamentale ruolo nell’ambito dell’Ingegneria Sismica e viene sancito il carattere fortemente preventivo dell’attività in zona sismica.

In altre parole si afferma l’unicità e la centralità dell’intero processo relativo alla prevenzione dal Rischio Sismico - classificazione sismica, progettazione delle nuove costruzioni, adeguamento delle costruzioni esistenti - nell’ambito dei problemi sociali ed economici nazionali (Cosenza, 2003).

### **1.2 AZIONI SISMICHE SULLE OPERE IDRAULICHE**

La progettazione antisismica delle opere idrauliche (quali dighe, serbatoi per acquedotti, reti idriche di distribuzione, reti di drenaggio, ecc.) riveste, per un territorio ad elevato rischio sismico quale l’Italia, notevole importanza ai fini della difesa dalle calamità naturali. Se, infatti, è in genere ben più rilevante il danno che può essere inflitto da un sisma al patrimonio edilizio ed industriale - sia per quanto concerne la perdita di vite umane che per i costi di ripristino e ricostruzione - il danneggiamento delle infrastrutture idrauliche può dar luogo, oltre a danni comunque rilevanti (e talvolta devastanti, come nei casi, per fortuna rari, di cedimento di opere di sbarramento), ad effetti indiretti di notevole gravità, quali, ad esempio, l’impossibilità di spegnere incendi provocati dal terremoto o di far fronte ad epidemie favorite da carenza idrica (De Martino & Giugni, 1983; JSCE,

1995). La funzionalità delle opere idrauliche nel periodo post sismico assume, quindi, un ruolo decisivo nel garantire la ripresa di un'area colpita.

Risulta, pertanto, necessario che il progettista proceda ad un'attendibile valutazione delle azioni dinamiche indotte dal moto sismico sulle strutture idrauliche, dovute all'inerzia sia delle masse strutturali che delle masse idriche - da sommarsi, ovviamente, alle ordinarie azioni statiche - e ponga, altresì, attenzione agli effetti di una possibile alterazione del regime idraulico delle falde acquifere che può essere conseguente a terremoti di notevole intensità.

Con particolare riferimento alla risposta dinamica delle tubazioni interrate, i danni subiti dalle reti di condotte (e, più in generale, dalle lifelines) in conseguenza di eventi sismici, pur se non di frequente di tipo strutturale, possono essere tali da ridurne - talvolta in maniera anche significativa - la funzionalità, ostacolando così la ripresa economica e sociale delle aree colpite nel dopo sisma. Il danneggiamento strutturale delle tubazioni può avere, ovviamente, effetti devastanti: si pensi, ad esempio, ai danni provocati da esplosioni o dal mancato spegnimento di incendi, ai problemi conseguenti ad una ridotta disponibilità per la distribuzione idrica o al pericolo conseguente al rilascio di sostanze chimiche e di inquinanti nel sottosuolo.

Non minore preoccupazione, però, debbono destare i danni funzionali delle condotte, in genere più frequenti (JSCE, 1995; Kitaura & Miyajima, 1996), un tipico esempio dei quali è costituito dalla rottura o dal dissesto delle giunzioni, con conseguenti perdite che, oltre a ridurre la potenzialità della rete di distribuzione, possono dar luogo ad effetti indiretti di notevole gravità (riduzione delle pressioni, con conseguenti disservizi e pericoli di ritorni in rete; rischi di allagamenti; rischi di frane, cedimenti, sprofondamenti).

La frequente localizzazione in ambito urbano delle reti di adduzione e distribuzione di acqua e di gas rende, inoltre, maggiormente temibili i suddetti effetti.

E' necessaria, dunque, in fase di progetto, un'attendibile valutazione delle azioni dinamiche indotte dal moto sismico sulle reti di condotte, in modo da assicurarne un'adeguata resistenza e, quindi, l'affidabilità almeno a fronte dei carichi sismici previsti dalla normativa: è evidente, infatti, che nel caso di collassi del terreno causati dal terremoto (quali frane o liquefazioni) o di deformazioni permanenti del suolo (ad esempio per spostamenti di faglia) non c'è in pratica possibilità di difesa (De Martino et al., 2001).

Negli ultimi anni, soprattutto in Giappone, profonda attenzione ha riscosso il problema della valutazione della risposta dinamica delle infrastrutture lineari e dei sistemi di condotte interrate per il convogliamento di fluidi, energia elettrica, comunicazioni, tutto ciò in stretta correlazione con gli studi connessi più specificamente al progetto di canalizzazioni e tunnel sottomarini inseriti nelle reti di trasporto (Pezzoli, 1990).

Il Giappone è il Paese più frequentemente colpito da terremoti: nei dieci anni precedenti al 2004 si sono verificati svariati terremoti disastrosi che hanno causato seri danni alle lifelines. Si pensi, ad esempio, che dopo il terremoto Hyogoken-Nanbu del 17 gennaio 1995, di intensità sismica pari a 7 nella scala dell'Agenzia Meteorologica Giapponese (JMA) – valore massimo per questa scala – il servizio idrico fu interrotto per oltre tre mesi, principalmente per i danni riportati alle reti di distribuzione. Dopo questa esperienza, per la maggior parte degli impianti idrici, si stanno attivamente promuovendo diversi progetti allo scopo di migliorarne la resistenza sismica. Inoltre, è previsto il rinnovo di un elevato numero di condotte di distribuzione, installate 40-50 anni fa durante il periodo di rapido sviluppo economico del paese. Alcuni criteri, volti al miglioramento della resistenza sismica delle condotte, furono presentati nel 1979 dalla Japan Water Works Association (JWWA) nella pubblicazione “Seismic Design and Construction Guidelines for Water Supply Facilities”. Subito dopo il disastroso terremoto su citato, fu creata una commissione (Chairman al tempo: prof. Katayana dell'Università di Tokyo) che, nel marzo del 1997, rivide le Linee Guida, integrandole con le scoperte e le conoscenze acquisite durante quel tragico terremoto. Gli aspetti salienti delle nuove Linee Guida sono le seguenti:

- definizione di due livelli del moto sismico:
  - Livello 1: in caso di eventi che si verificano 1 o 2 volte durante il periodo di servizio della condotta,
  - Livello 2: in caso di terremoti a larga scala (la probabilità di occorrenza è bassa ma il fenomeno è particolarmente intenso quando si verifica);
- definizione di due classi (A e B) che indicano il grado di importanza dei servizi. La classe per uno specifico servizio è determinata dalle caratteristiche dei sistemi acquedottistici;
- introduzione di un metodo descrittivo per la verifica di sicurezza in presenza di deformazioni del terreno (indotti dalla liquefazione,...).

Da ciò deriva la definizione degli standards di resistenza sismica per quattro differenti casi ottenuti combinando il livello di moto sismico (1 o 2) con l'importanza dei servizi (A o B). Gli standards di resistenza sismica per ciascuno di questi quattro casi sono mostrati in Tabella 1.1.

<b>Importanza dei servizi</b>	<b>Livello di moto sismico</b>	
	<b>Livello 1</b>	<b>Livello 2</b>
<b>Classe A</b>	Nessun danno	Nessun impatto violento sulla vita umana. I servizi individuali potrebbero essere affetti da leggeri danni, ma dovrebbero garantire ancora il funzionamento.
<b>Classe B</b>	I servizi individuali potrebbero ricevere qualche danno. Il sistema acquedottistico mantiene la sua capacità di funzionamento. I servizi possono essere ripristinati dopo un breve periodo.	I servizi individuali potrebbero essere soggetti a danni elevati e potrebbero non funzionare più.

**Tabella 1.1:** Standard di resistenza sismica.

Le Linee Guida prevedono, inoltre, una procedura per la valutazione della resistenza sismica delle condotte attraverso il “metodo della deformazione di risposta”, secondo cui la struttura è soggetta alla deformazione del terreno piuttosto che alla forza d'inerzia generata dall'accelerazione del moto sismico. La sicurezza delle condotte è verificata, inoltre, dal riscontro che le tensioni calcolate e le espansioni e le rotazioni dei giunti siano minori dei rispettivi valori ammissibili (Toshima, 2004).

Di notevole interesse sono anche gli studi successivi al terremoto di Kobe (1995). Attualmente la rete idrica della città di Kobe fornisce acqua a circa 1.5 milioni di utenti (circa 900'000 m<sup>3</sup> al giorno). In totale il sistema idrico conta 123 serbatoi di distribuzione e 48 stazioni di pompaggio. Il danno alla rete idrica causato dal terremoto di Kobe nel 1995 è riassunto nella Tabella 1.2.

Le condotte di acciaio sono risultate caratterizzate da notevole resistenza, ma i loro giunti sono stati danneggiati a causa delle grandi deformazioni indotte dal sisma. Non sono stati registrati, però, danni alle condotte munite di giunti idonei ad ostacolare lo sfilamento.

<b>SERVIZI</b>	<b>DANNI</b>
Dighe	1 sede
Impianti di depurazione	2 sedi
Condotte d'acqua naturale	2 linee
Condotte principali di adduzione	6 linee
Serbatoi di distribuzione	1 sede
Linee di distribuzione	1757 avarie
Connessioni di servizio	89584 riparazioni
Altro (incluse le costruzioni)	Servizi primari,...

**Tabella 1.2:** Sintesi dei danni al sistema idrico di Kobe.

Altri servizi, a parte le condotte, hanno subito solo piccoli danni per la loro posizione geografica e la loro capacità di resistenza sismica. Dopo il terremoto sono stati realizzati notevoli sforzi per garantire un sistema d'emergenza di fornitura dell'acqua tramite valvole di chiusura e condotte resistenti al sisma: è stata, cioè, assunta come priorità la messa a punto di un sistema di distribuzione atto a ripristinare in modo rapido condizioni adeguate di servizio.

Il piano base della città di Kobe per un servizio di distribuzione idrica resistente ai sismi ha come obiettivo quello di garantire una temporanea ma completa fornitura d'acqua entro 4 settimane dall'accadimento di un disastro naturale. Tale obiettivo viene perseguito nel seguente modo:

- Step 1 (fino a tre giorni successivi al terremoto): la quantità d'acqua disponibile sarà di 3 litri a persona al giorno. L'acqua sarà trasportata mediante autocisterne e fornita alle stazioni di distribuzione (inclusi i serbatoi).
- Step 2 (dieci giorni successivi al terremoto): la quantità d'acqua disponibile sarà di 10 litri a persona al giorno. La fornitura idrica sarà ripristinata in un tratto di condotta ogni 500 m circa, installando fontanelle d'acqua lungo le strade, sulle condotte in cui sia stata garantita la distribuzione.

- Step 3 (ventuno giorni successivi al terremoto): la quantità d'acqua disponibile sarà di 100 litri a persona al giorno. La fornitura idrica sarà ripristinata in un tratto di condotta ogni 500 m circa, installando un maggior numero di fontanelle.
- Step 4 (ventotto giorni successivi al terremoto): la quantità d'acqua tornerà al regime precedente al terremoto (250 litri a persona al giorno). Sarà garantita la fornitura idrica tramite condotte temporanee ed il ripristino della rete di distribuzione verrà completato.

L'obiettivo che si vuole perseguire, quindi, è garantire una fornitura idrica sicura agli ospedali, agli impianti di trattamento dei rifiuti, ai servizi assistenziali, ecc.

Il progetto di un sistema di emergenza per la fornitura idrica prevede, inoltre, che immediatamente dopo un terremoto il centro di controllo di Okuhirano invii istruzioni per la chiusura delle valvole dei serbatoi e per la fornitura del volume minimo richiesto di acqua potabile (3 litri a persona al giorno per sette giorni). Il piano è di costruire valvole di chiusura e un serbatoio o cisterna per area, con un raggio di servizio di 2 km, il che equivale a 47 cisterne su tutta l'area di Kobe. Le valvole di chiusura sono installate su uno dei serbatoi accoppiati di distribuzione, mentre l'acqua proveniente dai serbatoi non muniti di valvole di chiusura continuerà ad essere erogata, per irrigare o fronteggiare gli incendi (Nobuo, 2003).



## CAPITOLO 2: FENOMENI SISMICI

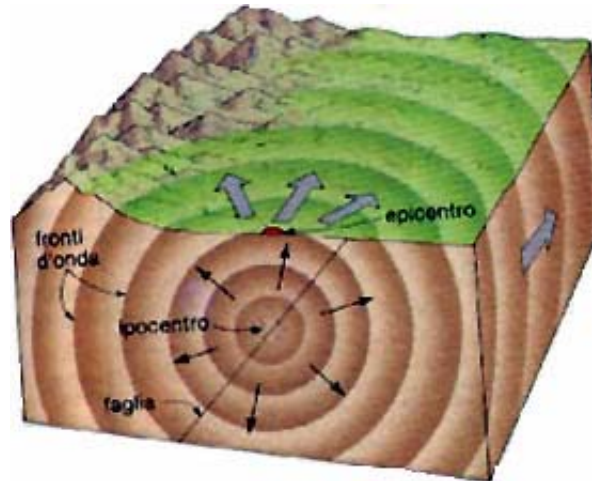
### 2.1 GENERALITA'

Un terremoto, com'è noto, è un fenomeno costituito da forti vibrazioni che si registrano sulla superficie terrestre, dovuto allo sprigionarsi di notevoli quantità di energia, in tempi brevissimi, a causa di improvvise perturbazioni che si verificano in una certa zona della crosta terrestre o della parte superiore del mantello, ove ha luogo una rapida variazione dello stato di equilibrio (fenomeni di tipo tettonico o vulcanico). I terremoti, infatti, hanno origine dai movimenti relativi delle zolle nella litosfera: in una prima fase, di lunga durata, le rocce si deformano progressivamente accumulando energia potenziale elastica. La seconda fase è quella della frattura delle rocce deformate, che avviene preferibilmente nelle zone delle faglie, già indebolite da precedenti scorrimenti. La frattura libera l'energia accumulata nella prima fase, che in parte riporta le masse rocciose deformate in un nuovo assetto di equilibrio ed attiva la propagazione di onde elastiche, ed in parte si trasforma in calore per l'attrito fra le masse suddette, mentre esse si spostano verso la nuova configurazione di equilibrio, dopo il rilascio dello stato di coazione.

Quando le onde elastiche arrivano in superficie, si manifestano quei fenomeni sintetizzati nel termine di **terremoto**. In zone non abitate e prive di manufatti, lo scuotimento sismico può modificare la condizione di equilibrio dei pendii, attivare frane preesistenti, modificare l'alveo dei corsi d'acqua. In corrispondenza di edifici, le accelerazioni sismiche si propagano, per il tramite delle fondazioni, alla struttura in elevazione, interagendo con le masse della struttura stessa e provocando forze di inerzia, causa di sollecitazioni addizionali (Radogna, 2000).

Il luogo in profondità in cui si scatena il terremoto e dal quale partono le vibrazioni, simili a onde sferiche, è detto **ipocentro** (o fuoco) del terremoto. Dall'ipocentro le vibrazioni si propagano in tutte le direzioni dello spazio, verso l'interno e verso la superficie della Terra. L'**epicentro** è il punto della superficie terrestre, situato

verticalmente sull'ipocentro, che, per primo e con maggiore intensità, avverte le scosse (Figura 2.1) (Neviani & Feyles, 1998).



**Figura 2.1:** Propagazione delle onde dall'ipocentro.

L'energia liberatasi nel sottosuolo durante un evento sismico si propaga, quindi, in ogni direzione verso la superficie terrestre, sotto forma di onde elastiche, dette anche vibrazioni sismiche. Esse vengono distinte, essenzialmente, in **onde longitudinali** e **trasversali**, emesse simultaneamente dalla zona ipocentrale (Como & Lanni, 1979; Okamoto, 1973).

Le onde longitudinali, dette anche **onde P** ("**primae**", **pressure waves**) sono onde irrotazionali di dilatazione, che danno luogo a movimenti delle particelle del terreno nella stessa direzione di propagazione, comportando così sforzi di trazione o di compressione nel terreno (Figura 2.2.a).

Le onde trasversali, dette **onde S** ("**secundae**", **shear waves**), sono onde di rotazione e di distorsione, con direzione di propagazione ortogonale al movimento delle particelle solide, che danno luogo a sforzi di taglio nel terreno (Figura 2.2.b).

Le onde longitudinali sono caratterizzate da valori della velocità di propagazione  $V_p$  maggiori di quella  $V_s$  delle onde trasversali e, pertanto, sono le prime a giungere in un certo punto distante dalla sorgente del sisma e, quindi, a fare risentire i loro effetti.

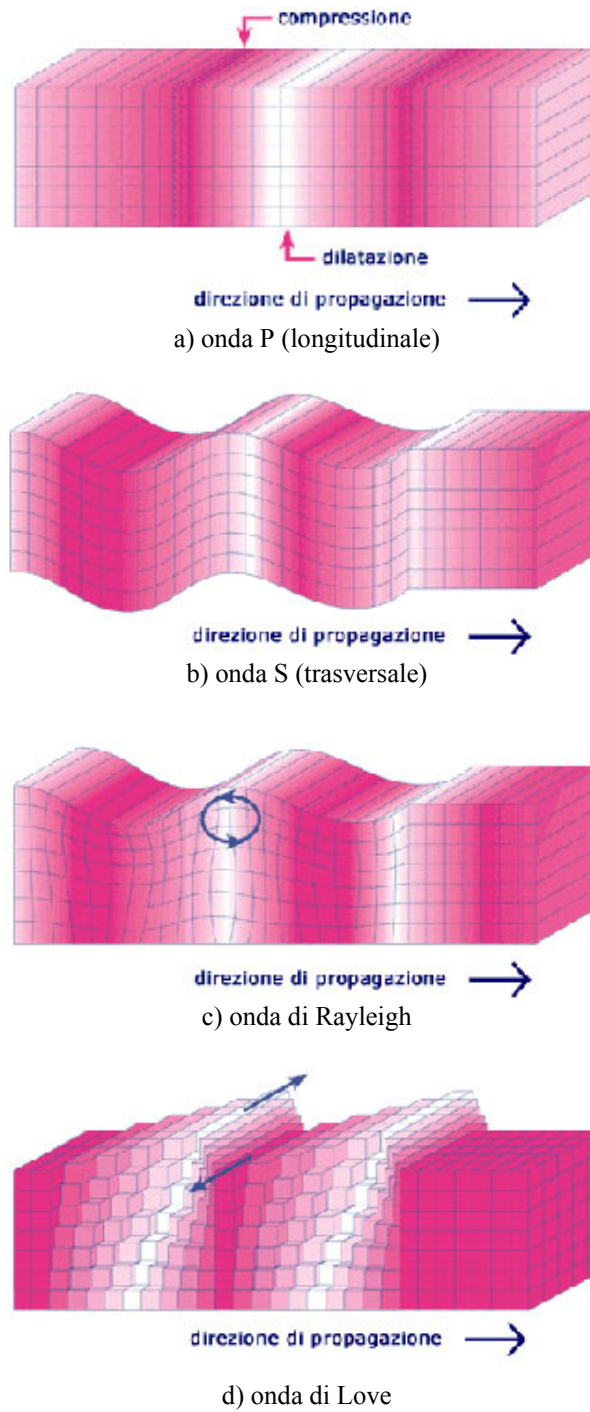
Di seguito sono riportate le espressioni delle velocità di propagazione:

$$V_p = \sqrt{[(\lambda + 2G)/\rho]}, \quad V_s = \sqrt{(G/\rho)}$$

essendo  $\rho$  la densità del mezzo elastico indefinito e  $\lambda$  e  $G$  le costanti elastiche di esso ( $G$  viene in genere definito modulo di elasticità tangenziale), rispettivamente pari a:

$$\lambda = \frac{E_m}{(1+\nu)(1-2\nu)} = \frac{2\nu G}{1-2\nu} \text{ e } G = \frac{E_m}{2(1+\nu)}$$

avendo indicato con  $E_m$  il modulo di elasticità del mezzo elastico indefinito e con  $\nu$  il coefficiente di contrazione laterale (o di Poisson).



**Figura 2.2:** Modelli della propagazione delle onde sismiche.

Per tale ragione queste onde furono denominate dai primi sismologi italiani onde P (ossia “*primae*”) e onde S (ossia “*secundae*”). Nel mondo scientifico anglosassone, attualmente, esse continuano ad essere indicate con le lettere P e S, ma con diverso significato: P, infatti, sta per “*pressure*”, comportando le onde longitudinali sforzi di compressione e dilatazione, e S per “*shear*”, comportando le onde trasversali sforzi di taglio.

Dall’analisi del rapporto tra le velocità delle onde P e S si evince che le più veloci (onde P) hanno valori della velocità compresi tra i 6 e i 10 km/s, mentre le più lente (onde S) hanno valori intorno ai 3-6 km/s.

Sulla superficie terrestre si registrano, altresì, onde superficiali, quali quelle di Rayleigh e di Love (Figure 2.2.c e 2.2.d) che, prodotte dall’incontro di onde S o P con una superficie di discontinuità, si irradiano dall’epicentro e si propagano con una velocità generalmente più bassa delle onde S (Okamoto, 1973).

Quindi, in un generico punto distante dalla sorgente del sisma, giungeranno dapprima le onde P, poi le onde S e subito dopo le onde R, con intervalli di tempo tra le une e le altre che diventeranno maggiori con il crescere della distanza dalla sorgente.

## **2.2 INTENSITA’ SISMICA E SPETTRI DI RISPOSTA**

Di norma il moto delle onde sismiche viene studiato come moto ondoso in un mezzo elastico indefinito, omogeneo ed isotropo; nella realtà tale moto è ben più complesso di quello deducibile dalle ipotesi accennate, in quanto possono ingenerarsi fenomeni di dissipazione, attenuazione, esaltazione, riflessione. Nondimeno le schematizzazioni elementari vengono applicate continuamente in sismologia.

Per individuare l’entità di un terremoto in una certa località viene, di norma, usato il termine “**intensità sismica**” anche se in modo poco appropriato, non potendosi esprimere un fenomeno tanto complesso mediante una singola misura numerica o soggettiva.

Ancor oggi è largamente utilizzata la scala Mercalli Modificata, codificata nel 1931, che si compone di dodici gradi, ciascuno caratterizzato da un campo di valori dell’accelerazione.

Assai simile, come impostazione, alla scala M.M. è la J.M.A., suddivisa in sette gradi, adottata dal 1949 in Giappone, nonché la M.S.K., in dodici gradi, proposta da Medvedev, Sponheuer e Karnik ed introdotta dall’UNESCO per descrivere gli effetti di un sisma.

Una classifica più razionale dell'intensità dei terremoti è, com'è noto, quella del Richter, introdotta nel 1958, secondo cui la “**magnitudo**” di un sisma è definita in base al confronto delle ampiezze degli spostamenti registrati dai sismografi con quelle di un terremoto campione (De Martino et al. 1991):

$$M = \log_{10} A - \log_{10} A_0$$

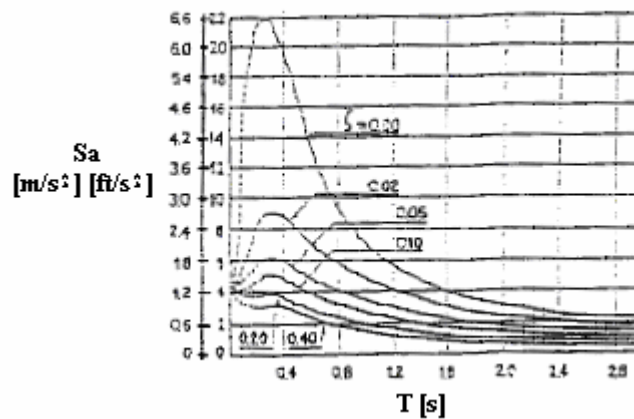
in cui  $A$  è la massima ampiezza dello spostamento registrato alla distanza di 100 km dall'epicentro,  $A_0$  è lo spostamento campione, pari ad un millesimo di millimetro.

Tra gli strutturisti è in genere pratica comune esprimere l'intensità di un terremoto attraverso la sua massima accelerazione a terra, in base alla considerazione che gli effetti del sisma sulle strutture siano essenzialmente determinati da essa e, quindi, dalla conseguente forza di inerzia.

Va, però, tenuto presente che l'accelerazione massima al suolo durante un terremoto, pur se rappresenta una delle caratteristiche più significative del movimento del terreno, non può da sola fornire un'efficace misura dell'intensità dell'azione sismica sulle strutture, in quanto essa dipende, in realtà, dall'effetto cumulato della sequenza di impulsi. All'uopo, un parametro più significativo è costituito dalla ben nota “accelerazione spettrale” che consente, attraverso il cosiddetto “spettro di risposta”, di definire la massima risposta ad una specifica funzione di carico per sistemi ad un grado di libertà (oscillatori), caratterizzati da valori diversi della pulsazione e del fattore di smorzamento. Allo scopo di riferire uno spettro di risposta non ad un singolo terremoto bensì ad una famiglia di eventi sismici (disponendo di più registrazioni accelerometriche di terremoti verificatisi in una certa località), dal confronto dei corrispondenti spettri possono dedursi spettri convenzionali “normalizzati” rispetto ad un opportuno valore di riferimento (ad esempio la massima accelerazione del terreno), da utilizzare quali parametri del terremoto di progetto.

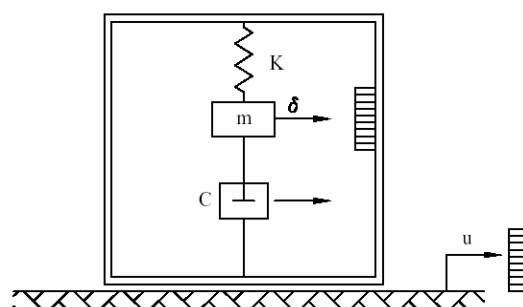
In Italia una tale elaborazione è stata effettuata nel Friuli, per i dati accelerometrici della stazione di Tolmezzo, individuando uno specifico spettro di progetto (Figura 2.3).

In particolare, per registrare le componenti dello spostamento del suolo durante un terremoto occorre utilizzare uno strumento che fornisca un punto fisso di riferimento, dal momento che ogni oggetto vincolato al terreno risente dello scuotimento generale.



**Figura 2.3:** Spettro di risposta del terremoto del Friuli.

Il semplicissimo sistema ad un grado di libertà della Figura 2.4, costituito da un contenitore nel cui interno ci sono la massa  $m$ , la molla  $K$  e lo smorzatore viscoso  $C$  e collegato al corpo che vibra, è in grado di risolvere tale problema a condizione che la massa sia grande e la rigidezza della molla sia modesta, cosicché la frequenza propria del sistema sia bassa. In tal caso, il sistema funziona da sismografo e consente di valutare lo spostamento assoluto  $u$  del corpo che vibra in funzione dello spostamento  $\delta$  misurato tra la massa e la scatola. Infatti per frequenze eccitatrici  $\omega$  maggiori di quella naturale del sistema  $\omega_n$  ( $\omega/\omega_n > 2$ ) e per valori dello smorzamento non minori di 0.7 dello smorzamento critico, la massa  $m$  resta praticamente ferma, cosicché lo spostamento relativo  $\delta$  è circa uguale allo spostamento assoluto  $u$ .



**Figura 2.4:** Schema di un sismografo.

Se, invece, si adottano una molla rigida, una massa modesta ed uno smorzamento limitato, la massa  $m$  è soggetta alla stessa accelerazione del supporto vibrante: quindi la forza di inerzia correlata risulta uguale alla forza elastica di richiamo  $-K \cdot \delta$  e lo spostamento relativo  $\delta$  di conseguenza è proporzionale all'accelerazione del supporto. Il sistema

funziona in questo caso da accelerometro e misurando lo spostamento relativo  $\delta$  si ricava l'accelerazione eccitatrice (Radogna, 2000).

Gli spettri così ottenuti costituiscono uno strumento di notevole utilità per le verifiche strutturali, in quanto da essi può dedursi, moltiplicando il valore della massima accelerazione assoluta per la massa dell'oscillatore, la forza di inerzia cui una struttura andrà soggetta per effetto del sisma. Essi rivelano, inoltre, con immediatezza attraverso il valore del fattore di smorzamento, quali oscillatori semplici sono più vulnerabili all'azione di un terremoto.

Sembra opportuno ricordare che, secondo l'Ordinanza recentemente emanata, l'analisi di una struttura va condotta ipotizzandone un comportamento elastico.

Per l'OPCM 3274, come per la normativa precedentemente in vigore e per l'Eurocodice 8, il modello di riferimento per la descrizione del moto sismico in un punto della superficie del suolo è costituito dallo spettro di risposta.

Per questo motivo la norma fornisce, per il calcolo dell'azione sismica di progetto, lo spettro di risposta elastico.

Esso è costituito da una forma spettrale (spettro normalizzato), considerata indipendente dal livello di sismicità, moltiplicata per il valore dell'accelerazione massima ( $a_g S$ ) del terreno che caratterizza il sito.

Lo spettro di risposta elastico della componente orizzontale è definito dalle espressioni seguenti:

$$0 \leq T \leq T_B \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \left\{ 1 + \frac{T}{T_B} \cdot (\eta \cdot \beta_o - 1) \right\}$$

$$T_B \leq T \leq T_C \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot \beta_o$$

$$T_C \leq T \leq T_D \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot \beta_o \cdot \left( \frac{T_C}{T} \right)$$

$$T_D \leq T \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot \beta_o \cdot \left( \frac{T_C \cdot T_D}{T^2} \right)$$

nelle quali:

- $T$  è il periodo di vibrazione dell'oscillatore semplice;
- $T_B$ ,  $T_C$  e  $T_D$  sono i periodi che separano i diversi rami dello spettro, dipendenti dal profilo stratigrafico del suolo di fondazione,
- $S_e(T)$  è l'ordinata dello spettro di risposta elastico,

- S tiene conto del profilo stratigrafico del suolo di fondazione,
- $\eta = \sqrt{\frac{10}{5+\xi}} \geq 0.55$  dipende dal coefficiente di smorzamento viscoso equivalente  $\xi$ , espresso in punti percentuali, diverso da 5 ( $\eta=1$  per  $\xi=5$ ),
- $\beta_0$  è l'amplificazione dello spettro normalizzato per la componente orizzontale pari a 2.5,
- $a_g = \alpha \cdot g$ , dove  $\alpha$ , coefficiente di sismicità, tiene conto del rischio sismico della zona.

Il territorio nazionale è suddiviso in zone sismiche, ciascuna contrassegnata da un diverso valore del parametro  $a_g$  (accelerazione orizzontale massima) con probabilità di superamento del 10% in 50 anni. I valori di  $a_g$ , espressi come frazione dell'accelerazione di gravità  $g$ , da adottare in ciascuna delle zone sismiche del territorio nazionale, salvo più accurate determinazioni, che possono portare a differenze comunque non superiori al 20% dell'accelerazione per le zone 1 e 2 e non superiori a 0.05g nelle altre zone, sono illustrati nella Tabella 2.1.

Zona	1	2	3	4
Sismicità	Alta	Media	Bassa	Bassissima
Valore di $a_g$	0.35	0.25	0.15	0.05

**Tabella 2.1:** Zone sismiche.

I valori di  $T_B$ ,  $T_C$ ,  $T_D$  e  $S$  da assumere, salvo più accurate determinazioni, per le componenti orizzontali del moto e per le categorie di suolo di fondazione, sono riportati nella Tabella 2.2.

Categoria di suolo	S	$T_B$	$T_C$	$T_D$
A	1.00	0.15	0.40	2.00
B, C, E	1.25	0.15	0.50	2.00
D	1.35	0.20	0.80	2.00

**Tabella 2.2:** Valori dei parametri  $T_B$ ,  $T_C$ ,  $T_D$  e  $S$  per la determinazione dello spettro di risposta elastico delle componenti orizzontali.



Ai fini della definizione dell'azione sismica di progetto si definiscono le seguenti categorie di profilo stratigrafico del suolo di fondazione (le profondità si riferiscono al piano di posa delle fondazioni, i valori da utilizzare per  $V_{S30}$ , NSPT e  $c_u$  sono valori medi):

- A - Formazioni litoidi o suoli omogenei molto rigidi caratterizzati da valori di  $V_{S30}$  superiori a 800 m/s, comprendenti eventuali strati di alterazione superficiale di spessore massimo pari a 5 m.
- B - Depositi di sabbie o ghiaie molto addensate o argille molto consistenti, con spessori di diverse decine di metri, caratterizzati da un graduale miglioramento delle proprietà meccaniche con la profondità e da valori di  $V_{S30}$  compresi tra 360 m/s e 800 m/s (ovvero resistenza penetrometrica  $NSPT > 50$ , o coesione non drenata  $c_u > 250$  kPa).
- C - Depositi di sabbie e ghiaie mediamente addensate, o di argille di media consistenza, con spessori variabili da diverse decine fino a centinaia di metri, caratterizzati da valori di  $V_{S30}$  compresi tra 180 e 360 m/s ( $15 < NSPT < 50$ ,  $70 < c_u < 250$  kPa).
- D - Depositi di terreni granulari da sciolti a poco addensati oppure coesivi da poco a mediamente consistenti, caratterizzati da valori di  $V_{S30} < 180$  m/s ( $NSPT < 15$ ,  $c_u < 70$  kPa).
- E - Profili di terreno costituiti da strati superficiali alluvionali, con valori di  $V_{S30}$  simili a quelli dei tipi C o D e spessore compreso tra 5 e 20 m, giacenti su di un substrato di materiale più rigido con  $V_{S30} > 800$  m/s.

In aggiunta a queste categorie se ne definiscono altre due, per le quali sono richiesti studi speciali per la definizione dell'azione sismica da considerare:

- S1 - Depositi costituiti da, o che includono, uno strato spesso almeno 10 m di argille/limi di bassa consistenza, con elevato indice di plasticità ( $PI > 40$ ) e contenuto di acqua, caratterizzati da valori di  $V_{S30} < 100$  m/s ( $10 < c_u < 20$  kPa)
- S2 - Depositi di terreni soggetti a liquefazione, di argille sensitive, o qualsiasi altra categoria di terreno non classificabile nei tipi precedenti.

Nelle definizioni precedenti  $V_{S30}$  è la velocità media di propagazione entro 30 m di profondità delle onde di taglio e viene calcolata con la seguente espressione:

$$V_{S30} = \frac{30}{\sum_{i=1,N} \frac{h_i}{V_i}}$$

dove  $h_i$  e  $V_i$  indicano lo spessore (in m) e la velocità delle onde di taglio (per deformazioni di taglio  $\gamma < 10^{-6}$ ) dello strato  $i$ -esimo, per un totale di  $N$  strati presenti nei 30 m superiori.

Il sito verrà classificato sulla base del valore di  $V_{S30}$ , se disponibile, altrimenti sulla base del valore di NSPT (resistenza penetrometrica).

I valori dello spostamento e della velocità orizzontali massimi del suolo ( $d_g$ ) e ( $V_g$ ) sono dati dalle seguenti espressioni:

$$d_g = 0.025 \cdot S \cdot T_C \cdot T_D \cdot a_g$$

$$V_g = 0.16 \cdot S \cdot T_C \cdot a_g$$

Nella Figura 2.5 è diagrammato l'andamento dello spettro di risposta elastico secondo l'OPCM 3274: sull'asse delle ascisse è riportato il periodo  $T$  della struttura e sulle ordinate l'accelerazione spettrale di risposta elastica  $S_e(T)$ .

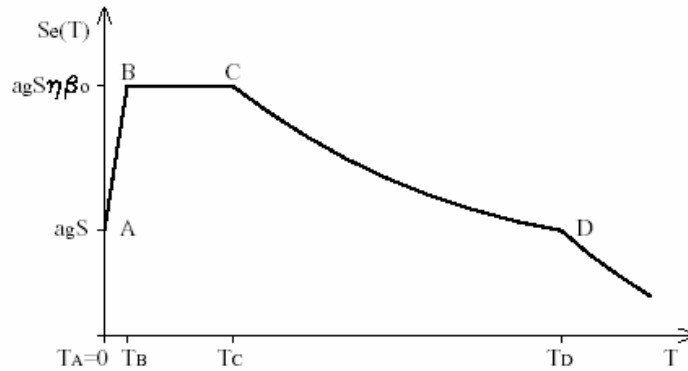


Figura 2.5: Spettro di risposta elastico secondo l'OPCM 3274.

Come nell'EC8, ai fini del progetto, le capacità dissipative delle strutture possono essere messe in conto attraverso un fattore riduttivo delle forze elastiche, denominato **fattore di struttura  $q$** . L'azione sismica di progetto  $S_d(T)$  è in tal caso fornita dallo spettro di risposta elastico con le ordinate ridotte utilizzando il fattore  $q$ . I valori numerici del fattore  $q$  vanno definiti in funzione dei materiali e delle tipologie strutturali.

Lo spettro di progetto per la componente orizzontale è, quindi, definito dalle seguenti espressioni:

$$0 \leq T \leq T_B \quad S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \left\{ 1 + \frac{T}{T_B} \cdot \left( \frac{2.5}{q} - 1 \right) \right\}$$

$$T_B \leq T \leq T_C \quad S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q}$$

$$T_C \leq T \leq T_D \quad S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} \cdot \left( \frac{T_C}{T} \right)$$

$$T_D \leq T \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} \cdot \left( \frac{T_C \cdot T_D}{T^2} \right)$$

in cui tutti i simboli mantengono il significato ed i valori numerici definiti nel caso dello spettro di risposta elastico (OPCM 3274).

### 2.3 PERIODI SISMICI

Il moto sismico, com'è noto, non è caratterizzato da una singola frequenza eccitatrice, bensì da uno spettro di frequenza e, quindi, da vibrazioni di periodo compreso entro una fascia abbastanza ampia, con l'apparizione, soprattutto nel caso di terreni alluvionali, di vibrazioni predominanti (cui corrispondono i massimi valori dell'accelerazione) di periodo specifico, definito **periodo predominante** (che corrisponde a quello delle oscillazioni orizzontali prodotte dalle onde di taglio (S), che sono le più significative per gli effetti sismici). L'interesse di tale periodo è notevole poiché è chiaro che, tra tutte le armoniche presenti nella generica eccitazione sismica, si esalteranno quelle caratterizzate da una pulsazione prossima a quella fondamentale del suolo. Un deposito di roccia sciolta, in sostanza, agirà come un filtro esaltando le oscillazioni sismiche con determinate frequenze e smorzandone altre. In genere le oscillazioni lente vengono trasmesse e talvolta amplificate in superficie, mentre le oscillazioni rapide vengono smorzate.

Generalmente nella zona epicentrale, ove si registrano impulsi prevalentemente verticali, il periodo predominante risulta, mediamente, piuttosto breve e cioè compreso tra 0.2 e 0.5 secondi. Man mano, invece, che ci si allontana dall'epicentro, con prevalenza, quindi, di movimenti orizzontali, il periodo del moto ondulatorio va aumentando secondo una legge approssimativamente parabolica, dovuta al Gutenberg, il cui andamento qualitativo è stato confermato da registrazioni effettuate a varie distanze dall'epicentro:

$$T_s \cong \sqrt{T_i^2 + \Delta/40} \quad (2.1)$$

in cui  $T_i$  è il periodo iniziale e  $\Delta$  la distanza (in km) dalla zona epicentrale.

Dalla (2.1) si può facilmente evincere che già ad una quarantina di km dall'epicentro si possono raggiungere periodi sismici di circa 1 secondo.

Non considerando, quindi, terremoti "remoti" (cui competono, tra l'altro, valori generalmente minori dell'accelerazione), può ritenersi che i periodi sismici associati alle

massime accelerazioni del suolo risultino mediamente compresi tra 0.2 e 2 secondi, riscontrandosi, in particolare, i valori più piccoli di detto periodo nella zona epicentrale (ove il moto è prevalentemente sussultorio) e valori più elevati man mano che ci si allontana dall'epicentro (con prevalenza del moto ondulatorio).

Molti autori, tra i quali Westergaard, Zangar, Ven Te Chow, Bratu hanno ipotizzato che, ai fini pratici, possa farsi riferimento ad un periodo sismico dell'ordine di 1 secondo (De Martino & Giugni, 1983).

## CAPITOLO 3: RISPOSTA DINAMICA DELLE CONDOTTE

### 3.1 GENERALITA'

La valutazione delle azioni indotte da un sisma su una condotta è estremamente complessa, trattandosi di una struttura ad elevato sviluppo lineare, caratterizzata da un'estesa area di influenza, in genere integrata in un sistema (rete) ben più ampio rispetto a quanto si verifica, ad esempio, per gli edifici o per altre strutture indipendenti. Alle difficoltà connesse alla schematizzazione di un sistema complesso si aggiunge poi la necessità di considerare l'azione del terreno circostante, dalla quale non è possibile prescindere ai fini di un'attendibile valutazione della risposta dinamica delle tubazioni.

Dal punto di vista strutturale, in generale, il comportamento delle condotte interrate dipende:

- dalla tipologia, dalle caratteristiche geometriche e dalle modalità di posa in opera delle condotte medesime;
- dalle caratteristiche geotecniche e dalla profondità degli strati superficiali del terreno di posa;
- dall'intensità del terremoto.

Per un'attendibile determinazione degli stati deformazionali e tensionali indotti nelle condotte interrate dagli spostamenti del suolo conseguenti al sisma non si può, quindi, in linea generale, prescindere dall'analisi dell'interazione terreno-struttura.

Con riferimento (Figura 3.1) ad uno strato omogeneo di terreni sciolti di spessore  $H$  e densità  $\rho$ , poggiante su un banco rigido orizzontale (bedrock), i parametri fondamentali dell'interazione tra terreno e condotta durante un sisma sono:

- a) il periodo fondamentale di oscillazione  $T_g$  della stratificazione considerata, che corrisponde a quello delle oscillazioni orizzontali prodotte dalle onde di taglio ( $S$ ) (Como & Lanni, 1979). Le onde sismiche, infatti, nell'impegnare stratificazioni di diverse caratteristiche, subiscono riflessioni e rifrazioni. Penetrando dal basso entro un nuovo strato, se la velocità di propagazione in esso è minore che nel precedente,

l'onda rifratta cambia direzione, formando con la verticale un angolo minore. Poiché la velocità delle onde va decrescendo verso la superficie (gli strati superiori, infatti, presentano in genere rigidità minore), dopo l'attraversamento di alcuni strati la direzione delle onde, sia di dilatazione che di taglio, risulta praticamente verticale (Mele, 1980). Essendo le onde S di maggiore intensità, per l'esame dell'amplificazione locale del moto del suolo si fa riferimento in genere alla trasmissione delle onde di taglio in direzione verticale, con moto orizzontale ondulatorio delle particelle del suolo di periodo  $T_g$ , desumibile dalla relazione:

$$T_g = \frac{4H}{V_s}$$

essendo  $V_s = \sqrt{G/\rho}$  la velocità di propagazione delle onde trasversali<sup>1</sup> e  $G$  il modulo di elasticità a taglio del terreno;

- b) l'ampiezza dello spostamento  $U(Z)$  dei punti del terreno in direzione orizzontale (parallela o trasversale all'asse della condotta):

$$U(Z) = \frac{T_g^2}{4\pi^2} a \cos\left(\frac{\pi Z}{2H}\right) = U_h \cos\left(\frac{\pi Z}{2H}\right) \quad (3.1)$$

in cui  $a$  è l'accelerazione del suolo e  $Z$  la distanza tra la superficie del terreno e un generico punto all'interno dell'ammasso (corrispondente, quindi, alla profondità di posa della tubazione).

Dalla (3.1) si evince che l'ampiezza dello spostamento si incrementa al crescere del valore dell'accelerazione sismica e del periodo fondamentale del suolo (e quindi, a parità di  $H$ ,  $U(z)$  è maggiore per terreni di modesta consistenza, caratterizzati cioè da bassi valori di  $G$ ); essa si riduce, altresì, con la profondità  $Z$ , attingendo il valore massimo  $U_h$  in superficie (Figura 3.1).

Allo scopo di fornire un primo orientamento sui possibili valori delle deformazioni del suolo, in Figura 3.2 è stato riportato l'andamento di  $U_h$  (valore massimo della deformazione in corrispondenza del piano campagna) in zona sismica di prima categoria ( $a=0,10g$  secondo la normativa vigente precedentemente all'OPCM 3274) al variare di  $H$ , per assegnati valori di  $V_s$  (200, 350 e 500 m/s).

<sup>1</sup> Mentre negli strati profondi le onde trasversali S sono caratterizzate da valori della velocità di propagazione di alcuni km/s (3÷6 km/s), negli strati superficiali la velocità di propagazione delle onde di taglio si aggira, a seconda dei terreni, intorno a valori compresi tra 100 e 300 m/s.

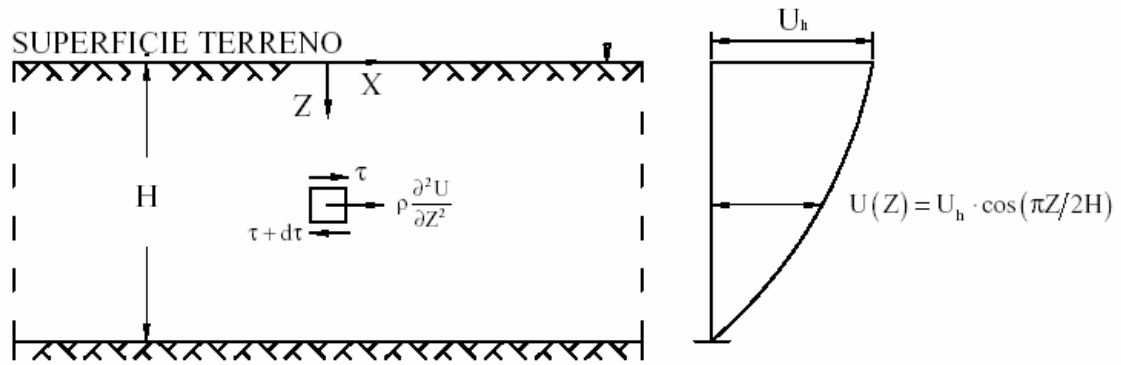


Figura 3.1: Caratteristiche del moto sismico negli strati superficiali del terreno.

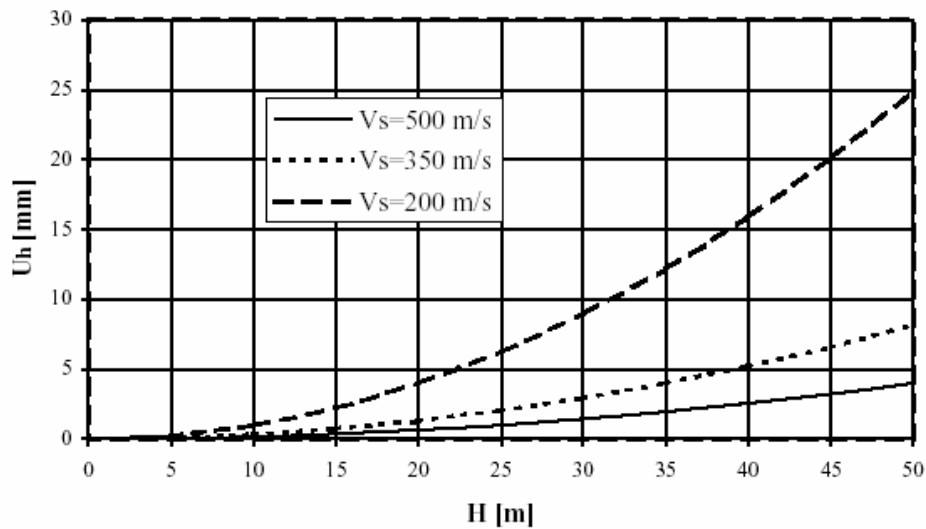


Figura 3.2: Spostamenti del terreno in funzione di H e  $V_s$  in zona sismica di I categoria (secondo la normativa vigente precedentemente all'OPCM 3274).

## 3.2 SCHEMATIZZAZIONE DELL'INTERAZIONE TERRENO-CONDOTTA

### 3.2.1 MODELLO RIGIDO DI NEWMARK

L'interazione terreno-condotta è, come già osservato, un fenomeno di notevole complessità, in quanto dipende in maniera significativa dalle caratteristiche del terreno (potenza dello strato, densità, modulo di elasticità a taglio), dalle caratteristiche della tubazione (modulo elastico, diametro, spessore, profondità di posa), dall'accelerazione del suolo.

Il fenomeno può essere schematizzato in modo estremamente semplificato mediante **un modello rigido**, ammettendo cioè che la condotta si adatti al movimento del terreno al passaggio dell'onda sismica, ipotizzando di conseguenza una deformazione della tubazione uguale a quella del suolo e trascurando, quindi, in pratica le caratteristiche

**della stessa nella modellazione del fenomeno.** Detto modello, introdotto da Newmark (1967) e riproposto nella recente bozza di normativa europea (ENV, 1998), consente un'immediata valutazione del valore massimo sia della deformazione longitudinale  $\varepsilon_{\max}$  che della curvatura  $\chi_{\max}$  della condotta.

Il moto del terreno è rappresentato con una singola onda sinusoidale:

$$U(X, T) = U_h \sin \omega \left( T - \frac{X}{V} \right) \quad (3.2)$$

in cui

$U_h$  è lo spostamento massimo del suolo fornito dalla (3.1);

$\omega$  la velocità angolare, pari a  $2\pi f$ , dove  $f$  è la frequenza di vibrazione;

$V$  la velocità di propagazione apparente dell'eccitazione sismica.

Quest'ultima, in particolare, è sempre maggiore della velocità di propagazione  $V_s$  delle onde di taglio (S) negli strati superficiali del terreno, ed una sua valutazione approssimata può essere effettuata sulla scorta delle indicazioni di O' Rourke (1982, 1999), che consiglia di assumere per  $V$  valori dell'ordine di  $1.2 \div 3.0 V_s$ .

Il moto delle particelle è assunto a turno lungo la direzione di propagazione (onde di compressione) e normale ad essa (onde di taglio) e, per semplicità e per considerare il caso peggiore, si ipotizza che l'asse della condotta e la direzione di propagazione coincidano.

Il moto longitudinale delle particelle produce deformazioni nel terreno e nella tubazione date dall'espressione:

$$\varepsilon = \frac{\partial U}{\partial X} = -\frac{\omega U_h}{V} \cos \omega \left( T - \frac{X}{V} \right)$$

il cui valore massimo è:

$$\varepsilon_{\max} = \frac{v}{V} = \frac{\omega U_h}{V}$$

con  $v = \omega U_h$  = valore di picco della velocità del terreno.

Il movimento trasversale delle particelle produce una curvatura  $\chi$  nel terreno e nel tubo data dall'espressione:

$$\chi = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = -\frac{\omega^2 U_h}{V^2} \sin \omega \left( T - \frac{X}{V} \right)$$

il cui valore massimo è:



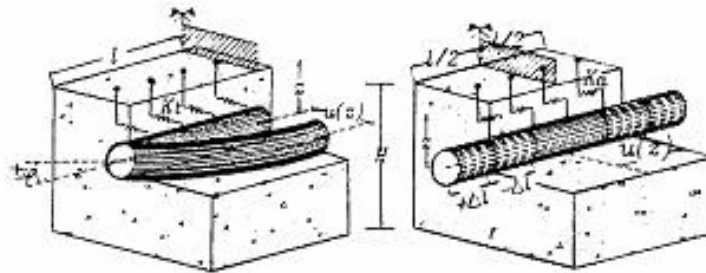
$$\chi_{\max} = \frac{a}{V^2} = \frac{\omega^2 U_h}{V^2}$$

con  $a = \omega^2 U_h$  = valore di picco dell'accelerazione del terreno.

### 3.2.2 MODELLO DI INTERAZIONE ELASTICA TERRENO-STRUTTURA

Una schematizzazione più accurata, mirata all'analisi dell'interazione elastica terreno-tubazione (**SSI: Soil Structure Interaction**), assimila quest'ultima ad una trave (o, in alternativa, ad un guscio cilindrico) immersa in un mezzo elastico vibrante (**BDWF approach: Beam on Dynamic Winkler Foundation**) (De Martino & al., 1994, 1997, 1999; Nagao & al., 1982): in entrambi i casi, essendo la lunghezza d'onda incidente molto maggiore del diametro della tubazione, i caratteri dell'onda sismica non vengono modificati dalla presenza della condotta.

Il terreno viene modellato come un letto di molle alla Winkler, ammettendo, cioè, che la sollecitazione indotta dal suolo sia direttamente proporzionale allo spostamento relativo tra condotta ed il terreno stesso (Figura 3.3).



**Figura 3.3:** Modello di interazione terreno-tubazione (Viparelli & al., 1997).

L'ipotesi suddetta si ammette valida sia per gli spostamenti trasversali che per quelli assiali, assumendo valori opportuni della costante di Winkler in relazione alla natura ed alle caratteristiche meccaniche dei terreni di posa.

In queste ipotesi, l'equazione che regge il moto della condotta in direzione assiale si può scrivere, indicando rispettivamente con  $U$  e  $U_g$  lo spostamento della condotta e del terreno, nella forma:

$$-EA \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + m \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} + K(U - U_g) = 0 \quad (3.3)$$

in cui:

$E$ =modulo di Young del materiale costituente la condotta,

$A$ =area della sezione trasversale,

$m$ =massa per unità di lunghezza,

$K=\pi D_E k$ , essendo  $k$  il valore della costante di Winkler del terreno e  $D_E$  il diametro esterno della tubazione.

In maniera del tutto analoga è possibile scrivere l'equazione degli spostamenti trasversali della condotta:

$$EI \frac{\partial^4 U}{\partial X^4} + m \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} + K(U - U_g) = 0 \quad (3.4)$$

essendo  $I$  il momento di inerzia della sezione trasversale della tubazione.

Per quanto concerne la definizione degli spostamenti del terreno, dal momento che non è possibile predire l'effettiva distribuzione delle onde sismiche, un'ipotesi frequentemente formulata è quella di ammettere che lo spostamento del terreno, sia in direzione parallela che ortogonale alla condotta, abbia un andamento di tipo sinusoidale, descritto dall'equazione (3.2).

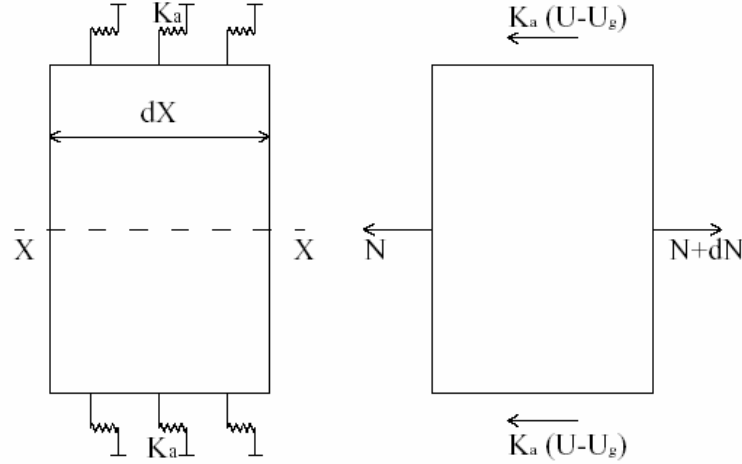
Il modello consente, quindi, in linea generale, ipotizzando un'interazione elastica tra terreno e tubazione, di valutare le deformazioni e successivamente le tensioni che insorgono nella condotta a seguito degli spostamenti del suolo durante l'evento sismico.

### 3.2.3 MODELLO DI NAGAO ET AL.

#### DEFORMAZIONI DELLA CONDOTTA

Una prima applicazione del modello d'interazione elastica terreno-tubazione è dovuta a Nagao et al. (1982), nell'ipotesi di condotta infinitamente lunga (e, quindi, trascurandone le condizioni al contorno) e di termini inerziali nelle equazioni (3.3) e (3.4) trascurabili. Gli autori (Standards, 1980; Nagao et al., 1982; Chiorino et al., 1983; De Martino et al., 1991) hanno, altresì, considerato il caso di struttura sia continua che discontinua (se munita di giunti elastici). Noti gli spostamenti del terreno paralleli all'asse della tubazione, che inducono effetti assiali su di essa, e normali all'asse della tubazione, che danno luogo ad effetti flessionali, utilizzando le equazioni (3.3) e (3.4) si può risalire alle omologhe deformazioni della condotta e, quindi, alle corrispondenti sollecitazioni.

Con riferimento ad un tratto di tubazione di lunghezza infinitesima  $dX$ , si consideri l'equilibrio secondo l'asse  $X$  (asse del tubo) delle forze agenti su di esso.



**Figura 3.4:** Schematizzazione di un tratto di tubazione di lunghezza infinitesima  $dX$ .

Indichiamo con  $U_g$  e con  $U$  rispettivamente lo spostamento del terreno e quello della condotta in direzione  $X$  e con  $K_a$  la rigidezza delle molle parallele alla condotta.

Risulta:

$$-N + (N + dN) - K_a (U - U_g) dX = 0$$

da cui:

$$\frac{dN}{dX} - K_a (U - U_g) = 0.$$

Dalla relazione relativa allo sforzo normale, indicando con  $A$  l'area della sezione retta della condotta, si ha:

$$\frac{NdX}{EA} = dU \rightarrow \frac{dN}{dX} = EA \frac{d^2U}{dX^2}$$

e, quindi:

$$EA \frac{d^2U(X)}{dX^2} - K_a [U(X) - U_g(X)] = 0. \quad (3.5)$$

Si assuma, lungo l'asse della condotta, che l'ampiezza dello spostamento  $U_g(X)$  in prossimità della tubazione segua un andamento rappresentato da un moto armonico semplice:

$$U_g(X) = U_g(Z) \cdot \sin\left(\frac{2\pi X}{L}\right) \quad (3.6)$$

in cui  $L$  è la lunghezza d'onda espressa da  $L = V_s \cdot T_g = 4H$ .

Dall'espressione (3.6) dello spostamento del terreno, si può ricavare un analogo spostamento sinusoidale  $U(X)$  per la tubazione, con ampiezza  $U(Z)$  incognita:

$$U(X) = U(Z) \cdot \sin\left(\frac{2\pi X}{L}\right). \quad (3.7)$$

Sostituendo la (3.6) e la (3.7) nella (3.5) si ottiene:

$$-EAU(Z)\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi X}{L}\right) - K_a [U(Z) - U_g(Z)] \cdot \sin\left(\frac{2\pi X}{L}\right) = 0$$

da cui

$$U(Z) = \frac{K_a}{EA\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 + K_a} \cdot U_g(Z) = \frac{1}{\frac{EA\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2}{K_a} + 1} \cdot U_g(Z).$$

Posto

$$\lambda_a = \sqrt{\frac{K_a}{EA}} = \sqrt{\frac{3G}{EA}} \text{ e } L' = \sqrt{2} \cdot L$$

dove  $L'$  è la lunghezza d'onda apparente, con semplici passaggi si ottiene:

$$U(Z) = \frac{1}{\left(\frac{2\pi}{\lambda_a L'}\right)^2 + 1} \cdot U_g(Z) = \alpha_a \cdot U_g(Z) \quad (3.8)$$

con  $\alpha_a = \frac{1}{\left(\frac{2\pi}{\lambda_a L'}\right)^2 + 1}$  coefficiente di sovraccarico assiale.

Con riferimento alla relazione tensione-deformazione per un continuo linearmente elastico, si ha:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = E \cdot \frac{dU}{dX}$$

da cui risulta, dalla (3.6) e (3.7):

$$\sigma_a = \pi \cdot \alpha_a \cdot U_g(Z) \cdot \frac{E}{L} \cdot \cos\left(\frac{2\pi X}{L}\right)$$

per cui la tensione massima è:

$$\sigma_{a_{\max}} = \pi \cdot \alpha_a \cdot U_g(Z) \cdot \frac{E}{L}$$

Lo stesso ragionamento viene riproposto per l'analisi dinamica dei movimenti flessionali della condotta: dall'equazione della linea elastica per gli spostamenti trasversali e trascurando i termini inerziali, si ottiene la seguente equazione alle derivate totali:

$$EI \frac{d^4 U(X)}{dX^4} + K_f [U(X) - U_g(X)] = 0$$

Rinviando alla letteratura per un più accurato esame del modello matematico, nel seguito vengono riportate le formule che consentono una rapida valutazione delle tensioni assiali ( $\sigma_a$ ) e flessionali ( $\sigma_f$ ) indotte nella tubazione (De Martino, 1991; De Martino et al., 1994):

$$\sigma_{a_{\max}} = \pi \cdot \alpha_a \cdot \varepsilon_a \cdot U(Z) \cdot \frac{E}{L}$$

$$\sigma_{f_{\max}} = 2\pi^2 \cdot \alpha_f \cdot \varepsilon_f \cdot U(Z) \cdot D \cdot \frac{E}{L^2}$$

in cui:

- D è il diametro della tubazione,
- E il modulo di elasticità della condotta,
- $\alpha_a$  il coefficiente di sovraccarico assiale, cioè il rapporto tra la deformazione della tubazione e quella del terreno (l'aliquota, quindi, dello spostamento del terreno trasmessa al tubo),
- $\alpha_f$  il coefficiente di sovraccarico flessionale,
- $\varepsilon_a$  il coefficiente che porta in conto l'effetto dell'espansione-contrazione delle giunzioni sollecitate assialmente,
- $\varepsilon_f$  il coefficiente che considera la rotazione relativa delle giunzioni sollecitate flessionalmente.

I coefficienti di sovraccarico assiale e flessionale, cui competono valori minori dell'unità, possono valutarsi abbastanza agevolmente tramite le seguenti espressioni:

$$\alpha_a = \frac{1}{\left(\frac{2\pi}{\lambda_a L'}\right)^2 + 1} \quad \text{con} \quad \lambda_a = \sqrt{\frac{K_a}{EA}} = \sqrt{\frac{3G}{EA}}$$

$$\alpha_f = \frac{1}{\left(\frac{2\pi}{\lambda_f L'}\right)^2 + 1} \quad \text{con} \quad \lambda_a = \sqrt[4]{\frac{K_f}{EI}} = \sqrt[4]{\frac{3G}{EI}}.$$

Al contrario le relazioni che consentono di valutare i coefficienti  $\varepsilon_a$  e  $\varepsilon_f$  presentano una struttura piuttosto complessa. Il valore assunto da tali coefficienti varia in funzione dello spessore dell'ammasso sciolto (H), della lunghezza del tronco di tubazione compreso tra due giunzioni successive e del rapporto  $\lambda$  tra una quantità assunta a caratterizzare la rigidezza del terreno e la rigidezza della tubazione in direzione assiale per  $\varepsilon_a$  ( $\lambda_a$ ) e in direzione flessionale per  $\varepsilon_f$  ( $\lambda_f$ ).

Ovviamente il valore massimo assunto dai coefficienti  $\varepsilon_a$  e  $\varepsilon_f$  è pari all'unità per tubazioni continue.

#### TENSIONI TOTALI E SOLLECITAZIONI IN CORRISPONDENZA DELLE GIUNZIONI

Per definire le tensioni totali massime,  $\sigma_t$ , agenti sulla condotta è necessario schematizzare l'effetto simultaneo delle tensioni dovute a deformazioni assiali e flessionali. Si tratta di un fenomeno di notevole complessità, dal momento che si sovrappongono gli effetti di onde sia dirette che riflesse, con angoli diversi d'inclinazione e di fase (effetti talvolta esaltati da possibili superfici di discontinuità presenti in terreni non omogenei). La letteratura tecnica (Standards, 1980) fornisce, a tale riguardo, la formula seguente:

$$\sigma_t = \sqrt{\mu' \sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

nella quale il coefficiente  $\mu'$  va fissato in funzione delle caratteristiche del terremoto di progetto. Alcune norme emanata in Giappone (Nagao et al., 1982) assegnano a  $\mu'$  il valore 3.12, considerando un'onda di tipo flessionale che si propaga secondo la direzione dell'asse della struttura e quattro onde di tipo assiale propagatisi in piani diversi e con angolo d'incidenza di 45° ognuna.

Per quanto concerne, infine, la determinazione delle sollecitazioni in corrispondenza delle giunzioni, onde verificarne la tenuta, si può procedere ad un calcolo di massima dello scorrimento  $k$  (espansione-contrazione) mediante la relazione seguente, ricavata nell'ipotesi più sfavorevole di attrito nullo tra condotta e terreno (Nagao et al. 1982, Chiorino et al. 1983, Pezzoli 1990):

$$k = d \cdot l \quad (3.9)$$

nella quale si è indicato con  $d$  la deformazione del suolo durante il sisma ( $d = T_g \cdot a/2 \cdot \pi \cdot V_s$ ) ed  $l$  la lunghezza del tronco di tubazione compreso tra due giunzioni successive.

La rotazione  $\Theta$  può essere dedotta, trascurando la deformabilità flessionale della tubazione, dall'espressione:

$$\Theta = l \cdot a/V_s^2 \quad (3.10)$$

Noti, quindi,  $d$ ,  $l$ ,  $V_s$  ed  $a$ , dalle (3.9) e (3.10) risulta possibile dedurre i valori dello scorrimento  $k$  e della rotazione  $\Theta$ , che potranno essere confrontati con i corrispondenti valori consentiti dai diversi tipi di giunzione, verificando così la tenuta del giunto allo sfilamento ed alle deviazioni angolari e ricorrendo, in caso di necessità, a giunzioni antisismiche di particolari caratteristiche.

### 3.2.4 MODELLO DI MAVRIDIS & PITILAKIS

Un modello successivo è dovuto a Mavridis & Pitilakis (1996) che analizzano l'interazione terreno-condotta mediante due approcci differenti: un modello analitico ed un'analisi agli elementi finiti. Il primo modello, su cui ci si soffermerà nel dettaglio in seguito, consente il calcolo delle deformazioni assiali e trasversali della condotta, nell'ipotesi di condotta indefinitamente lunga e tenendo conto anche dei termini inerziali. L'eccitazione sismica è simulata come un'onda armonica viaggiante lungo l'asse della struttura. Il secondo approccio, invece, include tre diverse analisi basate sul metodo agli elementi finiti. I tre casi studiati sono i seguenti: il primo considera la risposta del terreno in assenza di condotta; il secondo caso esamina, invece, la presenza della struttura; il terzo caso è analogo al precedente ma al posto della condotta è considerata una cavità con la stessa geometria. L'analisi agli elementi finiti (FEM) conferma l'interazione terreno-condotta. Infatti sono state osservate, per ciò che riguarda le deformazioni della condotta, consistenti differenze tra i risultati del metodo rigido classico e l'analisi agli elementi finiti. La rigidità della struttura, in un piano trasversale, influenza l'analisi dinamica, nel senso che le deformazioni e le rotazioni della condotta sono più piccole sia dei corrispondenti valori (negli stessi punti della maglia) desunti dall'analisi sviluppata in assenza di condotta (analisi di campo libero) che dei valori derivati dall'analisi della cavità (assenza di condotta con la sola presenza della cavità).

I parametri d'influenza sono la velocità apparente di propagazione, il contenuto di frequenza dell'eccitazione sismica del terreno, le proprietà dinamiche del suolo, la dimensione e il materiale della condotta, il rapporto tra gli spostamenti della condotta e quelli del terreno e, conseguentemente, le tensioni indotte sulla condotta.

L'eccitazione sismica è considerata come una funzione armonica delle variabili tempo e spazio, definendo un'onda sismica  $S$  viaggiante lungo l'asse della condotta che causa spostamenti del suolo perpendicolari all'asse; si assume che la risposta trasversale e assiale possa essere esaminata indipendentemente. La condotta è considerata infinitamente lunga e continua, nel senso che le proprietà del materiale del giunto sono le stesse del corpo della condotta. Il terreno è assunto omogeneo e viscoelastico lineare (Mavridis, 1995; Mavridis & Ptilakis, 1996).

### DEFORMAZIONI ASSIALI DELLA CONDOTTA

Il modello di riferimento è mostrato in Figura 3.5.

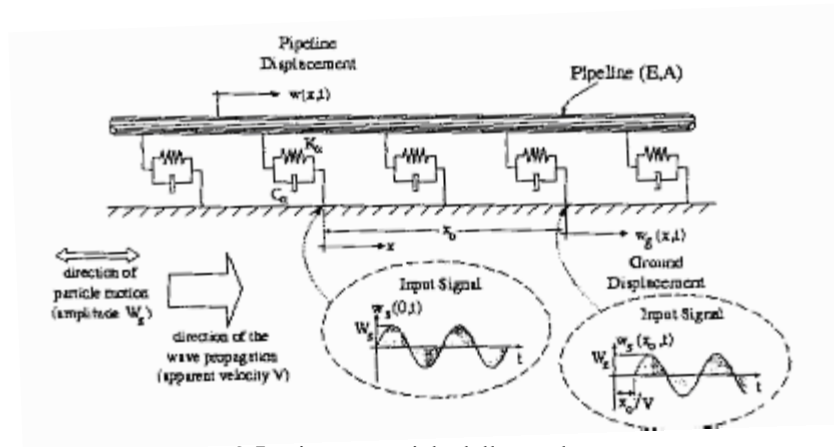


Figura 3.5: Risposta assiale della condotta.

L'eccitazione armonica in campo libero ha la forma:

$$U_g(X, T) = U_h e^{i\omega(T-X/V)} \quad (3.11)$$

in cui

- $U_g(X, T)$  è la deformazione assiale del suolo,
- $U_h$  l'ampiezza della deformazione del terreno,
- $\omega$  frequenza circolare,
- $V$  velocità della propagazione dell'onda lungo l'asse della condotta (velocità apparente dell'onda),



- T tempo,
- X coordinata spaziale
- $\sqrt{i} = -1$ .

Se  $U(X)$  indica l'ampiezza complessa incognita della deformazione della condotta, la risposta della condotta,  $U(X,T)$ , nella direzione longitudinale può essere espressa come:

$$U(X, T) = U(X) e^{i\omega T}. \quad (3.12)$$

L'equazione differenziale che governa il moto assiale della condotta è:

$$-EA \frac{\partial^2 U(X, T)}{\partial X^2} + m \frac{\partial^2 U(X, T)}{\partial T^2} + C_a \frac{\partial U(X, T)}{\partial T} + K_a U(X, T) = C_a \frac{\partial U_g(X, T)}{\partial T} + K_a U_g(X, T) \quad (3.13)$$

in cui:

$E$ =modulo di Young del materiale costituente la condotta,

$A$ =area della sezione trasversale,

$m$ =massa per unità di lunghezza,

$C_a$ =parametro di smorzamento,

$K_a$ =parametro di rigidità.

La soluzione dell'equazione (3.13) per le eccitazioni armoniche descritte dall'equazione (3.12), soddisfacendo le condizioni al contorno tali che la deformazione della condotta sia finita all'infinito, è:

$$U(X, T) = \frac{S_a}{EA(\omega/V)^2 + S_a - m\omega^2} U_h e^{i\omega(T-X/V)}$$

in cui  $S_a = K_a + i\omega C_a$ .

Il rapporto  $R_w$  tra la deformazione della condotta e quella del suolo:

$$R_w = \frac{U(X, T)}{U_g(X, T)} = \frac{K_a + i\omega C_a}{EA(\omega/V)^2 + K_a + i\omega C_a - m\omega^2}$$

esprime lo spostamento relativo tra condotta e terreno. Va ricordato che per l'analisi assiale il modello di Newmark assume  $R_w=1$ , indipendentemente dai parametri coinvolti (Mavridis & Pitilakis, 1995, 1996; Mavridis, 1995).

### DEFORMAZIONI TRASVERSALI DELLA CONDOTTA

Il modello di riferimento è mostrato in Figura 3.6. L'eccitazione armonica in campo libero ha la forma:

$$U_g(X, T) = U_h e^{i\omega(T-X/V)} \quad (3.14)$$

in cui  $U_g(X, T)$  è la deformazione trasversale del suolo.

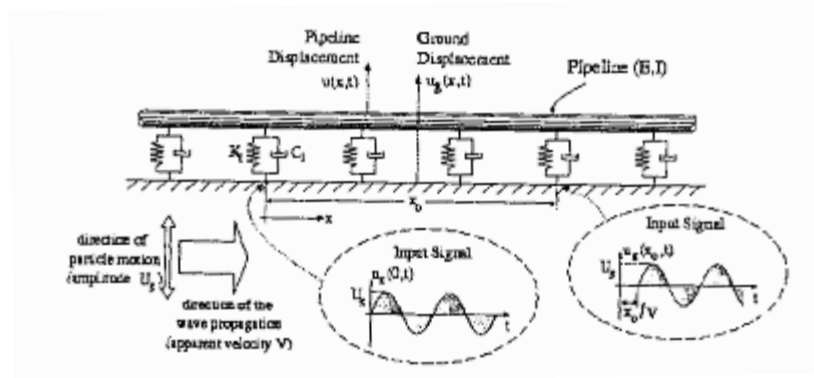


Figura 3.6: Risposta laterale della condotta.

Se  $U(X)$  indica l'ampiezza complessa incognita della deformazione della condotta, la risposta della condotta,  $U(X, T)$ , nella direzione trasversale può essere espressa come:

$$U(X, T) = U(X) e^{i\omega T}. \quad (3.15)$$

L'equazione differenziale che governa il moto trasversale della condotta è:

$$-EI \frac{\partial^4 U(X, T)}{\partial X^4} + m \frac{\partial^2 U(X, T)}{\partial T^2} + C_t \frac{\partial U(X, T)}{\partial T} + K_t U(X, T) = C_t \frac{\partial U_g(X, T)}{\partial T} + K_t U_g(X, T) \quad (3.16)$$

in cui:

$I$ =momento di inerzia della condotta,

$C_t$ =parametro di smorzamento,

$K_t$ =parametro di rigidità.

La soluzione dell'equazione (3.16) per le eccitazioni armoniche descritte dall'equazione (3.15), soddisfacendo le condizioni al contorno tali che la deformazione della condotta sia finita all'infinito, è:

$$U(X, T) = \frac{S_t}{EI(\omega/V)^4 + S_t - m\omega^2} U_h e^{i\omega(T-X/V)}$$

in cui  $S_t = K_t + i\omega C_t$ .

Il rapporto  $R_u$  tra la deformazione della condotta e quella del suolo:

$$R_w = \frac{U(X, T)}{U_g(X, T)} = \frac{K_t + i\omega C_t}{EI(\omega/V)^4 + K_t + i\omega C_t - m\omega^2}$$

esprime lo spostamento relativo tra condotta e terreno, uguale all'unità nel modello di Newmark indipendentemente dai parametri coinvolti (Mavridis & Pitilakis, 1995, 1996; Mavridis, 1995).

Significativi riscontri numerici sono stati condotti dagli autori considerando due diverse tipologie di condotte:

- condotte in acciaio caratterizzate da:  
modulo di Young  $E=3.0 \cdot 10^8 \text{ kN/m}^2$  e peso specifico  $\gamma=78 \text{ kN/m}^3$
- condotte in cemento caratterizzate da:  
modulo di Young  $E=2.1 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$  e peso specifico  $\gamma=24 \text{ kN/m}^3$

L'analisi di sensitività effettuata ha messo in evidenza che le deformazioni della condotta risultano minori delle corrispondenti deformazioni del terreno, in particolar modo quando il terreno è molle e la frequenza d'eccitazione è alta. Nel caso estremo di grandi diametri ( $D>1.5 \text{ m}$ ) e di condotta interrata in un terreno molto molle, la struttura potrebbe rimanere praticamente insensibile al movimento del terreno per frequenze più elevate di  $10\div 15 \text{ Hz}$ .

La velocità apparente è un fattore molto importante, specialmente per frequenze  $f>5 \text{ Hz}$  e quando la rigidezza del suolo è bassa ( $V_S<250 \text{ m/s}$ ). In alcuni casi particolari, ad esempio per condotta flessibile interrata in suolo molle e per bassa frequenza dell'eccitazione del terreno, le deformazioni della struttura possono essere leggermente più ampie delle corrispondenti deformazioni del terreno.

La rigidezza del terreno ha un'importante influenza sui valori di  $R$ : in generale, per bassi valori della velocità dell'onda di taglio, la differenza tra il movimento della condotta e quello del suolo è significativa e, di conseguenza, l'assunzione di Newmark diventa molto conservativa; al contrario, quando la velocità dell'onda di taglio aumenta (e, quindi, per terreni più rigidi), l'interazione terreno-condotta diventa meno significativa e, oltre un valore limite  $V_S$  di circa  $300 \text{ m/s}$ , la condotta risulta praticamente solidale al terreno circostante. Questo valore limite cresce con la frequenza del moto, ovvero quando la velocità di propagazione apparente si approssima alla velocità dell'onda di taglio del terreno circostante (Mavridis & Pitilakis, 1995, 1996; Mavridis, 1995).

**3.2.5 CONFRONTO MODELLI**

I risultati ottenuti dai modelli di interazione terreno-tubazione analizzati nei precedenti paragrafi, ossia il modello rigido di Newmark e quelli “elastici” di Nagao et al. e di Mavridis & Pitilakis, sono stati confrontati con riferimento al rapporto  $R$  tra la deformazione subita dalla tubazione e quella del terreno. Il confronto è stato sviluppato considerando una condotta in acciaio, in funzione di tre diametri scelti, con riferimento alle prime quattro classi proposte dalla normativa sismica e considerando i due valori estremi dell’intervallo di variabilità della velocità apparente (ossia  $V=1.2\div 3 V_s$ , in cui  $V_s$  varia in un intervallo preciso a seconda di ogni classe di terreno come precedentemente descritto).

Dalla tabelle 3.1, in cui sono stati sintetizzati i risultati ottenuti, si evince che per le condotte in acciaio esaminate il valore del rapporto  $R$  tende a :

- ridursi, a parità degli altri parametri, all’aumentare del diametro del tubo (e, quindi, con il ridursi della rigidezza della condotta);
- ridursi passando dalla classe A alla classe D e, in misura significativa, con il ridursi della velocità apparente, ossia con il ridursi della rigidezza del terreno (e, quindi, con l’incremento della deformazione trasmessa alla condotta).

Inoltre, l’applicazione di un modello elastico conduce a valori di  $R$  minori del valore fornito dal modello di Newmark, con scarti spesso estremamente significativi, in particolare il modello di Nagao et al., trascurando il termine inerziale nell’equazione del moto, conduce a valori più ridotti di  $R$ , con scarti estremamente ridotti (in pratica trascurabili).

Rapporto R tra la massima deformazione della condotta e la massima deformazione del terreno												
Acciaio a=0.35 • ρ=19.0 kN/m <sup>3</sup> z=1 m												
			Newmark			Nagao et al.			Mavridis & Pitilakis			
			D=200	D=500	D=800	D=200	D=500	D=800	D=200	D=500	D=800	
CLASSE A	V=1.2·Vs	1	1	1		0.97806	0.97223	0.9687	0.97894	0.97333	0.96996	
	V=3.0·Vs	1	1	1		0.99642	0.99545	0.99486	0.99734	0.99661	0.99619	
CLASSE B	V=1.2·Vs	1	1	1		0.90026 ÷	0.87636 ÷	0.86238 ÷	0.90101 ÷	0.87726 ÷	0.86338 ÷	
	V=3.0·Vs	1	1	1		0.97806	0.97223	0.9687	0.97894	0.97333	0.96996	
CLASSE C	V=1.2·Vs	1	1	1		0.98258 ÷	0.97793 ÷	0.9751 ÷	0.98347 ÷	0.97904 ÷	0.97639 ÷	
	V=3.0·Vs	1	1	1		0.99642	0.99545	0.99486	0.99734	0.99661	0.99619	
CLASSE D	V=1.2·Vs	1	1	1		0.69293 ÷	0.63926 ÷	0.61038 ÷	0.69337 ÷	0.63974 ÷	0.61088 ÷	
	V=3.0·Vs	1	1	1		0.90026	0.87636	0.86238	0.90101	0.87726	0.86338	
	V=1.2·Vs	1	1	1		0.93379 ÷	0.91719 ÷	0.90733 ÷	0.93459 ÷	0.91817 ÷	0.90844 ÷	
	V=3.0·Vs	1	1	1		0.98258	0.97793	0.9751	0.98347	0.97904	0.97639	
	V=1.2·Vs	1	1	1		0.69293	0.63926	0.61038	0.69337	0.63974	0.61088	
	V=3.0·Vs	1	1	1		0.93379	0.91719	0.90733	0.93459	0.91817	0.90844	

## **CAPITOLO 4: UN NUOVO APPROCCIO ALLA RISPOSTA DINAMICA DI CONDOTTE INTERRATE IN ZONA SISMICA (FLBDWF: FINITE LENGTH BEAM ON DYNAMIC WINKLER FOUNDATION)**

### **4.1 GENERALITA'**

Nel capitolo precedente sono stati sinteticamente presentati alcuni modelli di interazione terreno-tubazione disponibili in letteratura: tali modelli sono basati sull'ipotesi semplificativa di condotta di lunghezza infinita, prescindendo, quindi, non solo dalla sua effettiva lunghezza, ma anche dalla presenza di eventuali manufatti (ad esempio opere d'arte, blocchi d'ancoraggio, diramazioni) che inevitabilmente ne modificano il comportamento. Tali differenze risultano molto evidenti nel caso di una rete di distribuzione idrica o di drenaggio, in cui le diramazioni o i pozzetti si susseguono di solito a poche decine di metri; d'altra parte, anche per un acquedotto esterno, per il quale si può ipotizzare la presenza di opere d'arte ricorrenti a distanze generalmente maggiori, ci si trova di solito ben lontani dall'ipotesi di condotta infinitamente lunga.

Di conseguenza nel presente lavoro di tesi viene sviluppato **un nuovo approccio per l'analisi numerica della risposta dinamica di una tubazione posta in zona sismica, mirato a schematizzare il comportamento dinamico di una condotta di lunghezza finita (FLBDWF approach: Finite Length Beam on Dynamic Winkler Foundation) ed a caratterizzarne i vincoli d'estremità.**

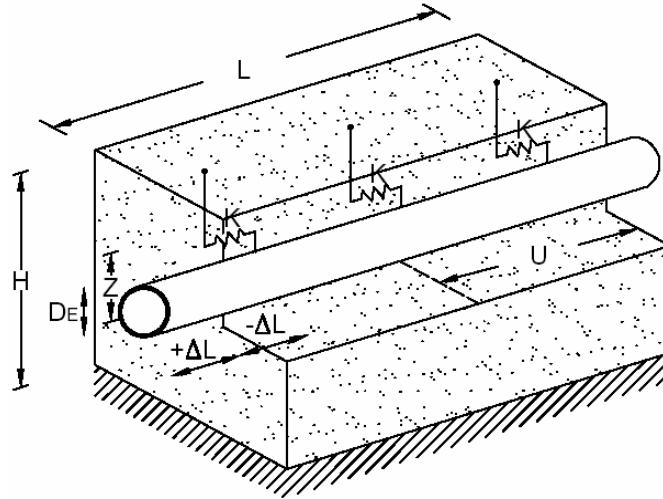
La condotta è stata considerata per ora continua, ammettendo cioè trascurabili le eventuali variazioni tra le caratteristiche della tubazione e del giunto, mentre per il terreno si è assunto un comportamento elastico lineare.

#### 4.2 IL MODELLO FLBDWF

Si consideri una condotta di lunghezza  $L$  e si assuma per il terreno un comportamento elastico lineare, per cui gli spostamenti longitudinali  $U$  della tubazione, sollecitata assialmente, sono governati dalla seguente equazione alle derivate parziali:

$$m \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} - EA \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + K(U - U_g) = 0 \quad (4.1)$$

in cui  $E$  indica il modulo di Young del materiale costituente la condotta,  $A = \pi s(D_E - s)$  l'area della sezione trasversale, dove  $s$  e  $D_E$  sono rispettivamente lo spessore e il diametro esterno della condotta,  $m$  la massa per unità di lunghezza e  $K = \pi k D_E$ , essendo  $k$  il valore della costante di Winkler del terreno (Figura 4.1).



**Figura 4.1:** Modello di interazione terreno-condotta.

Il termine forzante  $U_g$  simula l'onda sismica ed è espresso da una funzione sinusoidale:

$$U_g = \begin{cases} W \sin \omega(T - X/V), & \text{se } T > X/V \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (4.2)$$

essendo:

- $W$  il massimo spostamento del terreno;
- $\omega$  la velocità angolare dell'eccitazione sismica, espressa dalla relazione  $\omega = 2\pi f$ , dove  $f$  è la frequenza di vibrazione;
- $V$  la velocità di propagazione apparente dell'eccitazione sismica, maggiore della velocità di propagazione  $V_s$  delle onde di taglio (S) negli strati superficiali del terreno, pari a  $V_s = \sqrt{G/\rho}$ , con  $G$  e  $\rho$  rispettivamente modulo di elasticità a taglio e densità del terreno.

In particolare O'Rourke et al. (1982) e O'Rourke & Liu (1999) consigliano di assumere per  $V$  valori dell'ordine di  $1.2 \div 3 V_s$ .

Il massimo spostamento orizzontale del terreno  $W$  (sia parallelo che ortogonale all'asse della condotta) può essere calcolato con riferimento al moto fondamentale di oscillazione per uno strato omogeneo di terreni sciolti di spessore  $H$  poggiante su un banco rigido orizzontale, per mezzo della relazione:

$$W = \left( \frac{T_g}{2\pi} \right)^2 S_a \cos\left( \frac{\pi Z}{2H} \right)$$

in cui  $T_g$  è il periodo fondamentale di oscillazione,  $S_a$  l'accelerazione del suolo e  $Z$  la distanza tra la superficie del terreno ed un generico punto all'interno dell'ammasso (corrispondente, quindi, alla profondità di posa della tubazione).

Dal momento che le estremità della tubazione sono influenzate dall'onda sismica, sono state considerate **due condizioni limite ben distinte: condotta libera alle estremità e condotta vincolata rigidamente alle estremità**. La prima condizione di vincolo può considerarsi sufficientemente aderente alla realtà quando i manufatti che delimitano la tubazione siano tali da permetterne la libera deformazione. Da un punto di vista analitico, tale condizione (**condotta libera alle estremità**) si traduce, con riferimento alle deformazioni assiali, nell'imporre che lo sforzo normale all'ascissa  $X=0$  e  $X=L$  si mantenga costante e, quindi:

$$U_X=0 \text{ per } X=0 \text{ e } X=L, T>0. \quad (4.3)$$

La seconda condizione di estremità, invece, consiste nell'ammettere che i manufatti presenti alle estremità della condotta siano tali da impedire ogni movimento relativo tra il manufatto e la tubazione (**condotta vincolata rigidamente alle estremità**). Nell'ipotesi, quindi, che l'opera d'arte si muova rigidamente con il terreno durante il sisma, si può imporre, nel caso di deformazione assiale:

$$\begin{aligned} U &= W \sin \omega T && \text{per } X = 0, T > 0 \\ U &= \begin{cases} W \sin \omega (T - L/V), & \text{se } T > L/V \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases} && \text{per } X = L, T > 0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Nelle variabili adimensionali  $x$ ,  $t$  e  $u$  definite da:

$$X = xa = x\sqrt{EA/K}, \quad T = tb = t\sqrt{m/K}, \quad u = U/W \quad (4.5)$$

l'equazione (4.1) viene riscritta nella forma:



$$u_{tt} - u_{xx} + u = u_g \quad (4.6)$$

in cui si sono usate le notazioni  $u_{tt} = \partial^2 u / \partial t^2$ ,  $u_{xx} = \partial^2 u / \partial x^2$  e dove il termine forzante è dato da:

$$u_g = \begin{cases} \sin \omega (bt - ax/V), & \text{se } bt > ax/V \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases} \quad (4.7)$$

Inoltre, le condizioni al contorno (4.3) e (4.4) diventano:

$$u_x = 0 \text{ per } x=0 \text{ e } x = L/a, \quad T > 0 \quad (4.8)$$

$$u = \begin{cases} W \sin \omega bt & \text{per } x = 0, t > 0 \\ \begin{cases} W \sin \omega (bt - L/V), & \text{se } bt > L/V \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases} & \text{per } x = L/a, T > 0 \end{cases} \quad (4.9)$$

Dal momento che la condotta è inizialmente ferma, il problema (4.6)-(4.9) è completato dalle seguenti condizioni iniziali:

$$u=0, u_t=0, \text{ per } 0 \leq x \leq L/a, \quad t=0. \quad (4.10)$$

Ovviamente le condizioni d'estremità prese in esame vanno considerate come situazioni limite, solo parzialmente rispondenti all'effettivo comportamento fisico del sistema terreno-tubazione.

L'integrazione numerica dell'equazione (4.1) - previa sostituzione in essa della (4.2) - con riferimento alle condizioni al contorno specificate, consente, quindi, di definire l'andamento nel tempo, in corrispondenza di una generica ascissa, degli spostamenti assiali della condotta. Con un'impostazione concettualmente analoga può procedersi alla definizione dei corrispondenti andamenti nel tempo delle deformazioni e, quindi, delle sollecitazioni agenti sulla condotta.

### 4.3 MODELLI NUMERICI

L'equazione (4.6) risulta del secondo ordine di tipo iperbolico. Tale tipo di equazione può essere facilmente definito a partire dalla classificazione delle equazioni differenziali alle derivate parziali. La maggior parte delle equazioni differenziali alle derivate parziali del secondo ordine nella funzione incognita  $u(x,y)$  ha la seguente forma:

$$F(x, y, u, u_x, u_y, u_{xx}, u_{xy}, u_{yy}) = 0. \quad (A.1)$$

Di particolare importanza è l'equazione:

$$a_{11}u_{xx} + 2a_{12}u_{xy} + a_{22}u_{yy} = f \quad (A.2)$$

nella quale i coefficienti  $a_{ij}$  ed il termine  $f$  sono funzioni reali di  $x, y, u, u_x, u_y$ :

$$a_{ij} = a_{ij}(x, y, u, u_x, u_y), \quad f = f(x, y, u, u_x, u_y).$$

L'equazione (A.2) è detta quasi lineare, in quanto è lineare nelle derivate seconde. Se le funzioni  $a_{ij}$  sono indipendenti da  $u, u_x, u_y$  ed  $f$  dipende linearmente da  $u$  e dalle sue derivate:

$$a_{ij} = a_{ij}(x, y), \quad f = a(x, y)u + b(x, y)u_x + c(x, y)u_y + d(x, y)$$

l'equazione diventa lineare.

Per classificare l'equazione (A.2) si considera la matrice simmetrica  $A$ :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix}.$$

Gli autovalori di  $A$  sono reali. Essi sono soluzione dell'equazione caratteristica:

$$|A - \lambda I| = 0 \Leftrightarrow \lambda^2 - \lambda(a_{11} + a_{22}) - (a_{12}^2 - a_{11}a_{22}) = 0$$

in cui  $I$  è la matrice unità.

L'equazione differenziale alle derivate parziali (A.2) può essere caratterizzata in base ai segni assunti dagli autovalori, che evidentemente dipendono da:

$$\Delta = a_{12}^2 - a_{11}a_{22}.$$

Precisamente:

- $\Delta > 0$ , gli autovalori hanno segno opposto, l'equazione è iperbolica in  $(x, y)$ ;
- $\Delta = 0$ , uno dei due autovalori scompare, l'equazione è parabolica in  $(x, y)$ ;
- $\Delta < 0$ , gli autovalori hanno lo stesso segno, l'equazione è ellittica in  $(x, y)$  (D'Acunto, 2004).

L'equazione del calore ( $\frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ ) è un esempio di equazione alle derivate parziali parabolica. Le soluzioni di solito decadono esponenzialmente nel tempo e si avvicinano ad una soluzione di equilibrio. Le informazioni e le discontinuità si propagano ad una velocità infinita.

L'equazione di un'onda ( $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ ) è un esempio di equazione differenziale alle derivate parziali iperbolica. L'informazione si propaga ad una velocità finita e perciò le discontinuità persistono.

L'equazione di Laplace ( $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ ) è un esempio di equazione differenziale alle derivate parziali ellittica.

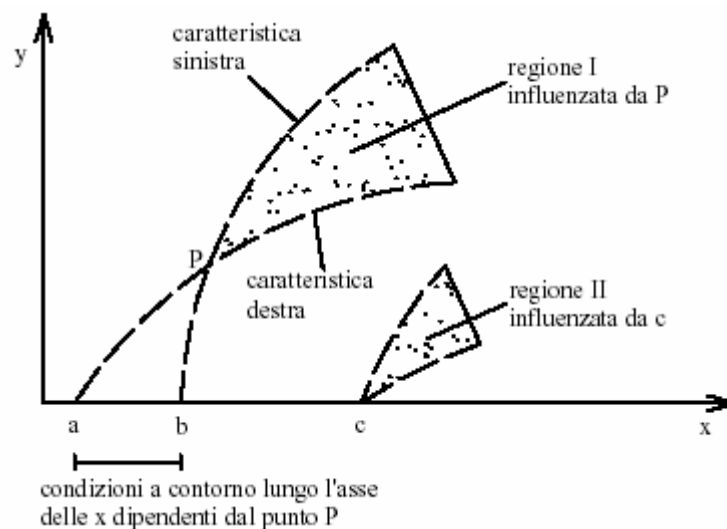
La terminologia parabolico, iperbolico ed ellittico deriva dalle proprietà di trasformazione delle sezioni coniche (Haberman).

L'equazione oggetto del nostro studio

$$m \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} - EA \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + K(U - U_g) = 0$$

è di tipo iperbolico, in cui  $X$  e  $T$  sono variabili indipendenti, mentre  $U$  è la variabile incognita.

Per le equazioni iperboliche, l'informazione in un dato punto  $P$  influenza solo le regioni comprese tra le linee caratteristiche che si prolungano al di sopra del punto stesso. Per esempio, si esamini la Figura 4.2 schematizzata per un problema bidimensionale con due variabili indipendenti nello spazio.



**Figura 4.2:** Wendt, 1991.

Il punto  $P$  è identificato da determinate coordinate  $(x,y)$ . Si considerino le linee caratteristiche destra e sinistra attraverso il punto  $P$ , come mostrato in Figura 4.2. L'informazione nel punto  $P$  influenza solo la regione campita al di sopra del punto  $P$  medesimo. Questo ha effetti sulle condizioni al contorno per le equazioni iperboliche. Si assuma che l'asse  $x$  sia una condizione al contorno data per il problema, cioè le variabili dipendenti  $u$  e  $v$  siano note lungo tale asse. La soluzione può essere ottenuta 'avanzando in

avanti' nella direzione  $y$  iniziando dalla condizione al contorno data. Comunque, la soluzione per  $u$  e  $v$  nel punto  $P$  dipenderà solo da quella parte al contorno tra  $a$  e  $b$ , come mostrato in Figura 4.2. L'informazione al punto  $c$ , che è esterno all'intervallo  $ab$ , si propaga lungo le linee caratteristiche attraverso  $c$  ed influenza solo la regione II in Figura 4.2. Il punto  $P$  è esterno alla regione II e quindi non risente dell'influenza dell'informazione del punto  $c$ . Per tale ragione il punto  $P$  dipende solo da quella parte di contorno intercettata da, e inclusa tra, le linee caratteristiche attraverso il punto  $P$ , cioè l'intervallo  $ab$ .

La risoluzione computazionale (numerica) di tale equazione è stata affrontata usando tre metodi alle differenze finite: esplicito di MacCormack (MC), implicito di Crank-Nicolson (CN) ed esplicito di Courant-Friedrichs-Lewy (CFL), con riferimento alle condizioni al contorno (4.3) e (4.4).

Tali metodi risolvono un'equazione del tipo

$$u_{tt} - c^2 u_{xx} + ku = f(x, t)$$

in modo differente.

#### 4.3.1 METODO ESPlicito DI MACCORMACK (MC)

Il metodo esplicito cui si è fatto riferimento (MC) riduce l'equazione (4.6) al più semplice sistema:

$$u_t + Au_x + F(u) = 0$$

usando le seguenti nuove funzioni:

$$p = u_t, \quad q = u_x, \quad v = u.$$

In tal modo l'equazione (4.6) si riduce al sistema di equazioni del primo ordine:

$$\begin{cases} p_t - q_x + v - u_g = 0 \\ q_t - p_x = 0 \\ v_t - p = 0 \end{cases}$$

la cui soluzione è:

predictor:

$$\begin{cases} p_{i,j+1}^{\text{pred}} = p_{i,j} + r(q_{i+1,j} - q_{i,j}) - \Delta t(v_{i,j} - u_{gi,j}) \\ q_{i,j+1}^{\text{pred}} = q_{i,j} + r(p_{i+1,j} - p_{i,j}) \\ v_{i,j+1}^{\text{pred}} = v_{i,j} + \Delta t p_{i,j} \end{cases} \quad (a)$$

corrector:

$$\begin{cases} p_{i,j+1}^{\text{corr}} = \frac{1}{2} \left[ p_{i,j} + p_{i,j+1}^{\text{pred}} + r \left( q_{i,j+1}^{\text{pred}} - q_{i-1,j+1}^{\text{pred}} \right) - \Delta t \left( v_{i,j+1}^{\text{pred}} - u_{g,i,j} \right) \right] \\ q_{i,j+1}^{\text{corr}} = \frac{1}{2} \left[ q_{i,j} + q_{i,j+1}^{\text{pred}} + r \left( p_{i,j}^{\text{pred}} - p_{i-1,j}^{\text{pred}} \right) \right] \\ v_{i,j+1}^{\text{corr}} = \frac{1}{2} \left[ v_{i,j} + v_{i,j+1}^{\text{pred}} + \Delta t p_{i,j+1}^{\text{pred}} \right] \end{cases} \quad (b)$$

dove

$$u_{i,j} = u(x_i, t_j) = u(i\Delta x, j\Delta t) \text{ e } r = \Delta x / \Delta t.$$

Per la risoluzione dei sistemi (a) e (b) è stato sviluppato un programma nel linguaggio di programmazione Matlab per il quale la scrittura delle condizioni al contorno, alle quali si è fatto riferimento, è stata dettagliata qui di seguito:

- condizioni agli estremi:

$$u(0, t) = g_1(t),$$

$$u(L, t) = g_2(t)$$

- condizioni iniziali:

$$p(0, t) = u_t(0, t) = g_1'(t)$$

$$p(L, t) = u_t(L, t) = g_2'(t)$$

che sostituite nell'equazione di nostro interesse

$$q_x(x, t) = p_t(x, t) + v(x, t) - u_g(x, t)$$

danno luogo alle seguenti

$$q_x(0, t) = [g_1''(t) + g_1(t) - u_g(0, t)] = h_1(t)$$

$$q_x(L, t) = [g_2''(t) + g_2(t) - u_g(L, t)] = h_2(t)$$

$$\frac{q_{i,j} - q_{0,j}}{\Delta x} = h_{1,j} \rightarrow q_{0,j} = q_{i,j} - \Delta x \cdot h_{1,j}$$

$$\frac{q_{nx,j} - q_{nx-1,j}}{\Delta x} = h_{2,j} \rightarrow q_{nx,j} = q_{nx-1,j} - \Delta x \cdot h_{2,j}.$$

#### 4.3.2 METODO IMPLICITO DI CRANK-NICOLSON (CN)

Il metodo implicito cui si è fatto riferimento (CN) risolve l'equazione (4.6) con la seguente procedura:

$$\begin{aligned} & \left[ 1 + r^2 + (\Delta t)^2 / 2 \right] u_{i,j+1} - \frac{r^2}{2} (u_{i+1,j+1} + u_{i-1,j+1}) = \\ & 2u_{i,j} - \left[ 1 + r^2 + (\Delta t)^2 / 2 \right] u_{i,j-1} + \frac{r^2}{2} (u_{i+1,j-1} + u_{i-1,j-1}) + u_{gi,j} (\Delta t)^2 \end{aligned}$$

in cui  $r = \Delta x / \Delta t$ .

Per la risoluzione di tale procedura è stato sviluppato un programma nel linguaggio di programmazione Matlab. Di seguito si riporta la scrittura delle condizioni iniziali e al contorno alle quali si è fatto riferimento:

- condizioni iniziali:

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad u_t(x, 0) = \psi(x)$$

- condizioni agli estremi:

$$u(0, t) = g_1(t), \quad u(L, t) = g_2(t)$$

per cui:

$$u_{i,1} = \varphi_i, \quad (u_t)_{i,1} = \psi_i$$

$$u_{i,j} = (g_1)_j, \quad (u)_{nx+1,j} = (g_2)_j$$

$$\frac{u_{i,2} - u_{i,0}}{2\Delta t} = \psi_i \rightarrow u_{i,0} = u_{i,2} - 2\Delta t \cdot \psi_i.$$

#### 4.3.3 METODO ESPLICITO DI COURANT-FRIEDERICH-LEWY (CFL)

Il metodo di Courant-Friederichs-Lewy risolve l'equazione (4.6) con la seguente procedura:

$$u_{i,j+1} = \frac{2}{q} (1 - r^2) u_{i,j} + \frac{r^2}{q} (u_{i+1,j} + u_{i-1,j}) - u_{i,j-1} + \frac{(\Delta t)^2}{q} u_{gi,j}$$

in cui  $r = \Delta x / \Delta t$ ,  $q = 1 + (\Delta t)^2 / 2$ .

Il metodo CFL è stabile quando si verifica:

$$r^2 \leq 1 + (\Delta t)^2 / 4$$

come evidenziato dall'analisi di stabilità di Von Neumann (D'Acunto, 2004).

Le condizioni iniziali e al contorno alle quali si è fatto riferimento sono le seguenti:

$$u(x, 0) = \varphi(x),$$

$$u_t(x, 0) = \psi(x)$$

$$u(0, t) = g_1(t),$$

$$u(L, t) = g_2(t)$$

per cui

$$u_{i,1} = 2(1-r^2)\varphi_i + \frac{r^2}{2}(\varphi_{i+1} + \varphi_{i-1}) - \Delta t\psi_i$$

$$u_{i,j} = (g_1)_j, \quad (u)_{nx+1,j} = (g_2)_j$$

$$u_{i,1} = 2(1-r^2)\varphi_i + \frac{r^2}{2}(\varphi_{i+1} + \varphi_{i-1}) - \Delta t\psi_i$$

$$u_{i,2} = 2(1-r^2)u_{i,1} + r^2(u_{i+1,1} + u_{i-1,1}) - \varphi_i.$$

#### 4.4 CONFRONTO MODELLI NUMERICI

Per la risoluzione dell'equazione di nostro interesse si è, dunque, fatto riferimento ai metodi di MacCormack, Crank-Nicolson e Courant-Friederichs-Lewy. Per verificare l'efficienza e la precisione di tali metodi, si sono confrontati i risultati ottenuti con la soluzione esatta scritta per U e per  $U_X$ .

Dal momento che sono state considerate due condizioni limite ben distinte ai vincoli (condotta libera alle estremità e condotta vincolata rigidamente alle estremità), la soluzione esatta è stata calcolata per entrambi i casi. In particolare, per la prima condizione è stato considerato solo il termine forzante. Per la seconda condizione si è proceduto per sovrapposizione degli effetti, considerando prima solo l'estremo sinistro vincolato (caso A), poi solo l'estremo destro vincolato (caso B) ed infine solo il termine forzante (caso C).

Le espressioni della soluzione esatta, scritta per U e per  $U_X$ , sono state ottenute con il metodo di Riemann (Zauderer, 1983), usando le proprietà delle funzioni di Bessel. Tali espressioni sono state ricavate, per ogni singolo caso, per vari intervalli di tempo e precisamente:

- da  $T = 0$  a  $T = Lb/a$ ,
- da  $T = Lb/a$  a  $T = 2Lb/a$ ,

- da  $T = 2Lb/a$  a  $T = 3Lb/a$ .

#### 4.4.1 CASO A (ESTREMO SINISTRO VINCOLATO, TERMINE FORZANTE NULLO)

Il caso A riguarda la condizione al bordo sinistro e considera nulli sia il termine forzante che i dati iniziali (4.10).

La (4.6) diventa:

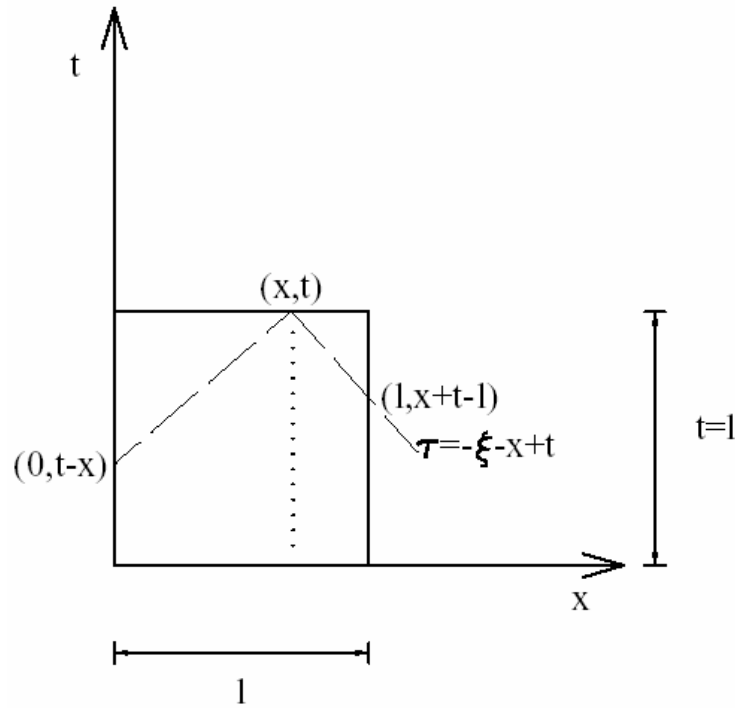
$$u_{tt} - u_{xx} + u = 0 \quad (4.11)$$

Per  $t = l$  (Figura 4.3), ossia in termini dimensionali per  $T = Lb/a$ , si ha:

$$u(x, t) = a(t - x) + \int_0^{t-x} a(\tau) \cdot v_\xi(x, t - \tau) d\tau = u_1 \quad (4.12)$$

in cui

$v(x - \xi, t - \tau) = J_0(z)$  è la funzione di Bessel di prima specie di ordine zero con  $z^2 = K^2 \cdot [(t - \tau)^2 - (x - \xi)^2]$ .



**Figura 4.3:** Caso A:  $t=l$ .

Per le funzioni di Bessel vale la seguente formula:

$$v_\xi = J'_0(z) \cdot z_\xi = -J_1(z) \cdot z_\xi$$

e quindi



$$2 \cdot z \cdot z_{\xi} = 2 \cdot K \cdot (x - \xi) \quad \rightarrow \quad z_{\xi} = \frac{K \cdot (x - \xi)}{z}$$

$$\left. \frac{J_0'(z)}{z} \right|_{z=0} = -\frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \left. -\frac{J_1(z)}{z} \right|_{z=0} = -\frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \left. \frac{J_1(z)}{z} \right|_{z=0} = \frac{1}{2}$$

Di conseguenza si ha:

$$v_{\xi}(x - \xi, t - \tau) = -\frac{J_1(z)}{z} \cdot K \cdot (x - \xi) = -\frac{K \cdot (x - \xi)}{2} \quad (4.13)$$

$$\frac{d}{dx} v_{\xi}(x - \xi, x - \xi) = -\frac{K}{2} \quad (4.14)$$

$$v_{\xi x}(x - \xi, x - \xi) + v_{\xi t}(x - \xi, x - \xi) = -\frac{K}{2}. \quad (4.15)$$

I termini  $a(t-x)$  e  $a(\tau)$  sono dati rispettivamente dalle seguenti relazioni:

$$a(t - x) = \sin[\omega b(t - x)]$$

$$a(\tau) = \sin(\omega b\tau).$$

Agli estremi si ha:

$$u(0, t) = a(t) + \int_0^t a(\tau) \cdot v_{\xi}(0, t - \tau) d\tau = a(t)$$

e

$$u(1, t) = a(t-1) + \int_0^{t-1} a(\tau) \cdot v_{\xi}(1, t - \tau) d\tau = 0.$$

Dalla (4.12) è possibile ricavare le derivate  $u_x$ ,  $u_{xx}$ ,  $u_t$  ed  $u_{tt}$  che sono date rispettivamente da:

$$u_x = u_{1x} = -a'(t-x) + a(t-x) \cdot \frac{K \cdot x}{2} + \int_0^{t-x} a(\tau) \cdot v_{\xi x}(x, t - \tau) d\tau$$

$$u_{xx} = u_{1xx} = a''(t-x) - a'(t-x) \cdot \frac{K \cdot x}{2} + a(t-x) \cdot \frac{K}{2} +$$

$$-a(t-x) \cdot v_{\xi x}(x, x) + \int_0^{t-x} a(\tau) \cdot v_{\xi xx}(x, t - \tau) d\tau$$

$$u_t = u_{1t} = a'(t-x) - a(t-x) \cdot \frac{K \cdot x}{2} + \int_0^{t-x} a(\tau) \cdot v_{\xi t}(x, t - \tau) d\tau$$

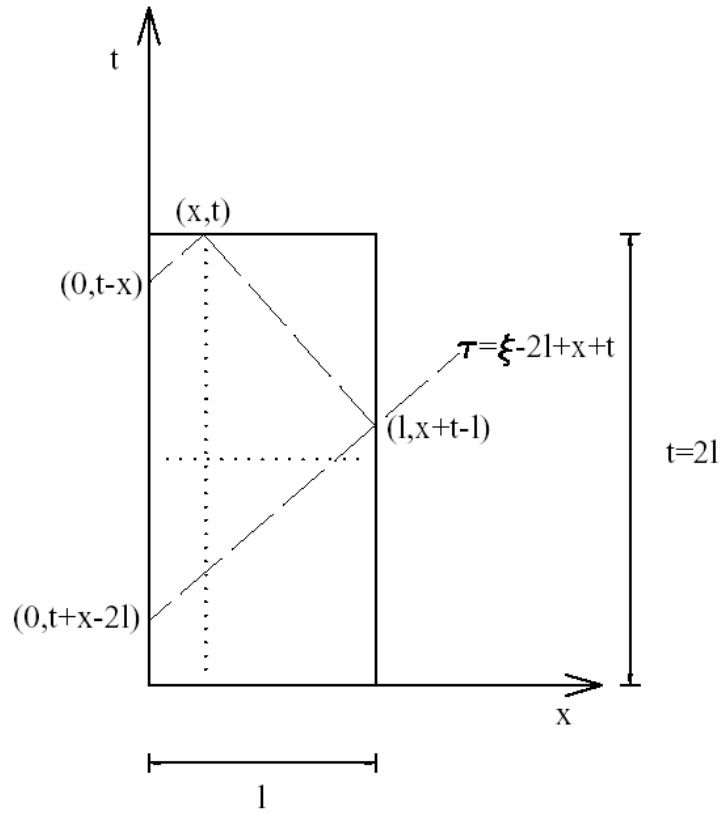
$$u_{tt} = u_{1tt} = a''(t-x) - a'(t-x) \cdot \frac{K \cdot x}{2} + a(t-x) \cdot v_{\xi t}(x, x) + \int_0^{t-x} a(\tau) \cdot v_{\xi tt}(x, t - \tau) d\tau$$

che soddisfano l'equazione (4.11):

$$\begin{aligned}
 u_{tt} - u_{xx} + K \cdot u &= u_{l_{tt}} - u_{l_{xx}} + K \cdot u_l = -a(t-x) \cdot \frac{K}{2} + a(t-x) \cdot K + \\
 &+ a(t-x) \cdot [v_{\xi x}(x, x) + v_{\xi t}(x, x)] + \int_0^{t-x} a(\tau) \cdot (\partial_t^2 - \partial_x^2 + K) v_{\xi}(x, t-\tau) d\tau \\
 u_{tt} - u_{xx} + K \cdot u &= u_{l_{tt}} - u_{l_{xx}} + K \cdot u_l = -a(t-x) \cdot \frac{K}{2} + \\
 &a(t-x) \cdot K - a(t-x) \cdot \frac{K}{2} + \int_0^{t-x} a(\tau) \cdot (\partial_t^2 - \partial_x^2 + K) v_{\xi}(x, t-\tau) d\tau \\
 u_{tt} - u_{xx} + K \cdot u &= u_{l_{tt}} - u_{l_{xx}} + K \cdot u_l = \\
 &\int_0^{t-x} a(\tau) \cdot (\partial_t^2 - \partial_x^2 + K) v_{\xi}(x, t-\tau) d\tau = 0
 \end{aligned}$$

Per  $t = 2 \cdot l$  (Figura 4.4), ossia in termini dimensionali per  $T = 2Lb/a$ , si ha:

$$\begin{aligned}
 u(x, t) &= a(t-x) + \int_0^{t-x} a(\tau) \cdot v_{\xi}(x, t-\tau) d\tau + \\
 &-a(t+x-2 \cdot l) + \int_0^{t+x-2 \cdot l} a(\tau) \cdot v_{\xi}(x-2 \cdot l, t-\tau) d\tau = u_1 - u_2
 \end{aligned} \tag{4.16}$$



**Figura 4.4:** Caso A:  $t=2l$ .

La  $u_1$  è data dalla (4.12), mentre

$$\begin{aligned} u_2 = & a(t+x-2 \cdot l) - \int_0^{t+x-2 \cdot l} a(\tau) \cdot v_{\xi}(x-2 \cdot l, t-\tau) d\tau = \\ & a(t+x-2 \cdot l) + \int_0^{t+x-2 \cdot l} a(\tau) \cdot \frac{J_1(z)}{z} \cdot K \cdot (x-2 \cdot l) d\tau \end{aligned} \quad (4.17)$$

I termini  $a(t+x-2 \cdot l)$  e  $a(\tau)$  sono dati rispettivamente dalle seguenti relazioni:

$$a(t+x-2 \cdot l) = \sin[\omega b(t+x-2 \cdot l)]$$

$$a(\tau) = \sin(\omega b\tau).$$

Agli estremi si ha:

$$u(0, t) = a(t) + \int_0^t a(\tau) \cdot v_{\xi}(0, t-\tau) d\tau - a(t-2 \cdot l) + \int_0^{t-2 \cdot l} a(\tau) \cdot v_{\xi}(0-2 \cdot l, t-\tau) d\tau = a(t)$$

e

$$u(1, t) = a(t-1) + \int_0^{t-1} a(\tau) \cdot v_{\xi}(1, t-\tau) d\tau - a(t-1) + \int_0^{t-1} a(\tau) \cdot v_{\xi}(-1, t-\tau) d\tau = 0.$$

Dalla (4.16) è possibile ricavare le derivate  $u_x$ ,  $u_{xx}$ ,  $u_t$  ed  $u_{tt}$  che sono date rispettivamente da:

$$\begin{aligned} u_{2x} = & a'(t+x-2 \cdot l) - v_{\xi}(x-2 \cdot l, x-2 \cdot l) a(t+x-2 \cdot l) - \int_0^{t+x-2 \cdot l} a(\tau) \cdot v_{\xi x}(x-2 \cdot l, t-\tau) d\tau \\ = & a'(t+x-2 \cdot l) + \frac{K \cdot (x-2 \cdot l)}{2} \cdot a(t+x-2 \cdot l) - \int_0^{t+x-2 \cdot l} a(\tau) \cdot v_{\xi x}(x-2 \cdot l, t-\tau) d\tau \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{2xx} = & a''(t+x-2 \cdot l) + a'(t+x-2 \cdot l) \cdot \frac{K \cdot (x-2 \cdot l)}{2} + \\ & + a(t+x-2 \cdot l) \cdot \frac{K}{2} - a(t+x-2 \cdot l) \cdot v_{\xi x}(x-2 \cdot l, 2 \cdot l-x) + \\ & + \int_0^{t+x-2 \cdot l} a(\tau) \cdot v_{\xi xx}(x-2 \cdot l, t-\tau) d\tau \\ u_{2t} = & a'(t+x-2 \cdot l) + a(t+x-2 \cdot l) \cdot \frac{K \cdot (x-2 \cdot l)}{2} + \\ & - \int_0^{t+x-2 \cdot l} a(\tau) \cdot v_{\xi t}(x-2 \cdot l, t-\tau) d\tau \end{aligned}$$

$$u_{2tt} = a''(t+x-2 \cdot l) + a'(t+x-2 \cdot l) \cdot \frac{K \cdot (x-2 \cdot l)}{2} +$$

$$-a(t+x-2 \cdot l) \cdot v_{\xi t}(x-2 \cdot l, 2 \cdot l-t) - \int_0^{t+x-2 \cdot l} a(\tau) \cdot v_{\xi tt}(x-2 \cdot l, t-\tau) d\tau$$

che soddisfano l'equazione (4.11):

$$u_{tt} - u_{xx} + K \cdot u = u_{2tt} - u_{2xx} + K \cdot u_2 = -a(t+x-2 \cdot l) \cdot \frac{K}{2} +$$

$$+a(t+x-2 \cdot l) \cdot K + a(t+x-2 \cdot l) \cdot [v_{\xi x}(x-2 \cdot l, 2 \cdot l-x) + v_{\xi t}(x-2 \cdot l, 2 \cdot l-x)] = 0$$

Per  $t = 2 \cdot l - x$  si ha che  $u(x, t) = u_1$ .

La  $u_x$  è pari a:

$$u_x(x, t) = -a'(t-x) - a(t-x) \cdot v_{\xi}(x, x) + \int_0^{t-x} a(\tau) \cdot v_{\xi x}(x, t-\tau) d\tau +$$

$$-a'(t+x-2 \cdot l) + a(t+x-2 \cdot l) \cdot v_{\xi}(x-2 \cdot l, x-2 \cdot l) + \int_0^{t+x-2 \cdot l} a(\tau) \cdot v_{\xi x}(x-2 \cdot l, t-\tau) d\tau$$

ossia:

$$u_x(x, t) = -a'(t-x) + a(t-x) \cdot \frac{K \cdot x}{2} + \int_0^{t-x} a(\tau) \cdot v_{\xi x}(x, t-\tau) d\tau +$$

$$-a'(t+x-2 \cdot l) - a(t+x-2 \cdot l) \cdot \frac{K \cdot (x-2 \cdot l)}{2} + \int_0^{t+x-2 \cdot l} a(\tau) \cdot v_{\xi x}(x-2 \cdot l, t-\tau) d\tau$$

In particolare, per la (4.14), vale:

$$v_{\xi x}(x-2 \cdot l, t-\tau) = -\frac{K^2 \cdot (x-2 \cdot l)^2}{z^2} \cdot J_2(z) - K \cdot \frac{J_1(z)}{z}, \left. \frac{J_2(z)}{z^2} \right|_{z=0} = \frac{1}{8}$$

Per  $t = 3 \cdot l$ , ossia in termini dimensionali per  $T = 3Lb/a$ , si ha:

$$u(x, t) = u_1 - u_2 + u_3 = a(t-x) + \int_0^{t-x} a(\tau) \cdot v_{\xi}(x, t-\tau) d\tau +$$

$$-a(t+x-2 \cdot l) + \int_0^{t+x-2 \cdot l} a(\tau) \cdot v_{\xi}(x-2 \cdot l, t-\tau) d\tau +$$

$$+a(t-x-2 \cdot l) + \int_0^{t-x-2 \cdot l} a(\tau) \cdot v_{\xi}(x+2 \cdot l, t-\tau) d\tau \quad (4.18)$$

La  $u_1$  e la  $u_2$  sono date rispettivamente dalle (4.12) e (4.17), mentre

$$u_3 = a(t-x-2 \cdot l) + \int_0^{t-x-2 \cdot l} a(\tau) \cdot v_{\xi}(x+2 \cdot l, t-\tau) d\tau.$$

I termini  $a(t+x-2 \cdot l)$  e  $a(\tau)$  sono dati rispettivamente dalle seguenti relazioni:

$$a(t - x - 2 \cdot l) = \sin[\omega b(t - x - 2 \cdot l)]$$

$$a(\tau) = \sin(\omega b\tau).$$

Agli estremi si ha:

$$\begin{aligned} u(0, t) &= a(t) + \int_0^t a(\tau) \cdot v_{\xi}(0, t - \tau) d\tau - a(t - 2 \cdot l) + \\ &+ \int_0^{t-2 \cdot l} a(\tau) \cdot v_{\xi}(0 - 2 \cdot l, t - \tau) d\tau + a(t - 2 \cdot l) + \int_0^{t-2 \cdot l} a(\tau) \cdot v_{\xi}(2 \cdot l, t - \tau) d\tau \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} u(1, t) &= a(t - l) + \int_0^{t-l} a(\tau) \cdot v_{\xi}(1, t - \tau) d\tau - a(t - l) + \int_0^{t-l} a(\tau) \cdot v_{\xi}(-1, t - \tau) d\tau + \\ &+ a(t - 3 \cdot l) + \int_0^{t-3 \cdot l} a(\tau) \cdot v_{\xi}(3 \cdot l, t - \tau) d\tau = 0 \end{aligned}$$

Dalla (4.18) si ha:

$$\begin{aligned} u_{3x} &= -a'(t - x - 2 \cdot l) - v_{\xi}(x + 2 \cdot l, x + 2 \cdot l) a(t - x - 2 \cdot l) + \int_0^{t-x-2 \cdot l} a(\tau) \cdot v_{\xi x}(x + 2 \cdot l, t - \tau) d\tau = \\ &= -a'(t - x - 2 \cdot l) + a(t - x - 2 \cdot l) \cdot \frac{K \cdot (x + 2 \cdot l)}{2} + \int_0^{t-x-2 \cdot l} a(\tau) \cdot v_{\xi x}(x + 2 \cdot l, t - \tau) d\tau \\ u_{3xx} &= a''(t - x - 2 \cdot l) - a'(t - x - 2 \cdot l) \cdot \frac{K \cdot (x + 2 \cdot l)}{2} + a(t - x - 2 \cdot l) \cdot \frac{K}{2} + \\ &+ -a(t - x - 2 \cdot l) \cdot v_{\xi x}(x + 2 \cdot l, 2 \cdot l + x) + \int_0^{t-x-2 \cdot l} a(\tau) \cdot v_{\xi xx}(x + 2 \cdot l, t - \tau) d\tau \\ u_{3t} &= a'(t - x - 2 \cdot l) - a(t - x - 2 \cdot l) \cdot \frac{K \cdot (x + 2 \cdot l)}{2} + \int_0^{t-x-2 \cdot l} a(\tau) \cdot v_{\xi t}(x + 2 \cdot l, t - \tau) d\tau \\ u_{3tt} &= a''(t - x - 2 \cdot l) - a'(t - x - 2 \cdot l) \cdot \frac{K \cdot (x + 2 \cdot l)}{2} + \\ &+ a(t - x - 2 \cdot l) \cdot v_{\xi t}(x + 2 \cdot l, 2 \cdot l + x) + \int_0^{t-x-2 \cdot l} a(\tau) \cdot v_{\xi tt}(x + 2 \cdot l, t - \tau) d\tau \end{aligned}$$

che soddisfano l'equazione (4.11):

$$\begin{aligned} u_{tt} - u_{xx} + K \cdot u &= u_{3tt} - u_{3xx} + K \cdot u_3 = -a(t - x - 2 \cdot l) \cdot \frac{K}{2} + \\ &+ a(t - x - 2 \cdot l) \cdot K + a(t - x - 2 \cdot l) \cdot [v_{\xi x}(x + 2 \cdot l, 2 \cdot l + x) + v_{\xi t}(x + 2 \cdot l, 2 \cdot l - x)] + \\ &+ \int_0^{t-x-2 \cdot l} a(\tau) \cdot (v_{\xi tt} - v_{\xi xx} + K \cdot v_{\xi}) d\tau = 0 \end{aligned}$$

In particolare per  $t = 2 \cdot l - x$  si ha che  $u(x, t) = u_1 + u_2$ .

La  $u_x$  è pari a:

$$\begin{aligned}
 u_x(x, t) = & -a'(t-x) - a(t-x) \cdot v_{\xi}(x, x) + \int_0^{t-x} a(\tau) \cdot v_{\xi x}(x, t-\tau) d\tau - a'(t+x-2 \cdot l) + \\
 & a(t+x-2 \cdot l) \cdot v_{\xi}(x-2 \cdot l, x-2 \cdot l) + \int_0^{t+x-2 \cdot l} a(\tau) \cdot v_{\xi x}(x-2 \cdot l, t-\tau) d\tau + \\
 & -a'(t-x-2 \cdot l) - a(t-x-2 \cdot l) \cdot v_{\xi}(x+2 \cdot l, x+2 \cdot l) + \int_0^{t-x-2 \cdot l} a(\tau) \cdot v_{\xi x}(x+2 \cdot l, t-\tau) d\tau \\
 v_{\xi x}(x-\xi, t-\tau) = & -\frac{K^2 \cdot (x-\xi)^2}{Z^2} \cdot J_2(z) - K \cdot \frac{J_1(z)}{Z} \\
 \left. \frac{J_2(z)}{Z^2} \right|_{z=0} = & \frac{1}{8} \quad e \quad \left. \frac{J_1(z)}{Z} \right|_{z=0} = \frac{1}{2}.
 \end{aligned}$$

#### 4.4.2 CASO B (ESTREMO DESTRO VINCOLATO, TERMINE FORZANTE NULLO)

Il caso B riguarda la condizione al bordo destro e considera nulli sia il termine forzante che i dati iniziali. La (4.6) diventa:

$$u_{tt} - u_{xx} + u = 0 \quad (4.19)$$

Per  $t = l$  (Figura 4.5), ossia in termini dimensionali per  $T = Lb/a$ , si ha:

$$u(x, t) = b(x+t-l) + \int_0^{x+t-l} b(\tau) \cdot v_{\xi}(x-l, t-\tau) d\tau = u_1 \quad (4.20)$$

in cui i termini  $b(x+t-l)$  e  $b(\tau)$  sono dati rispettivamente dalle seguenti relazioni:

$$b(x+t-l) = \sin \omega [b(x+t-l) - al/V]$$

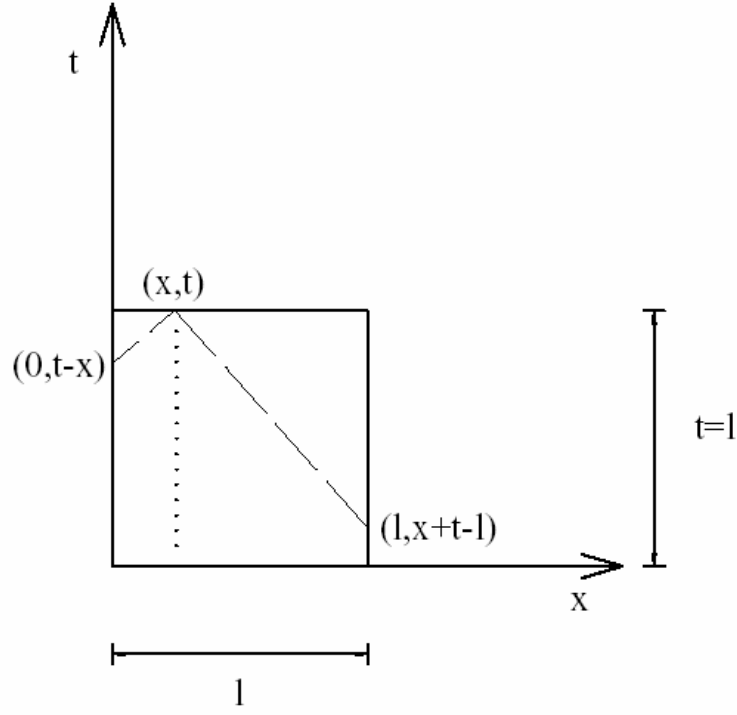
$$b(\tau) = \sin \omega (b\tau - al/V).$$

Agli estremi si ha:

$$u(0, t) = b(0+t-l) + \int_0^{0+t-l} b(\tau) \cdot v_{\xi}(0-l, t-\tau) d\tau = 0$$

e

$$u(l, t) = b(1+t-l) + \int_0^{1+t-l} b(\tau) \cdot v_{\xi}(1-l, t-\tau) d\tau = b(t)$$



**Figura 4.5:** Caso B:  $t=l$ .

Dalla (4.20) è possibile ricavare le derivate  $u_x$ ,  $u_{xx}$ ,  $u_t$  ed  $u_{tt}$  che sono date rispettivamente da:

$$u_x = u_{1x} = b'(x+t-l) - b(x+t-l) \cdot v_{\xi}(x-l, l-x) - \int_0^{x+t-l} b(\tau) \cdot v_{\xi x}(x-l, t-\tau) d\tau$$

$$u_{xx} = u_{1xx} = b''(x+t-l) + b'(x+t-l) \cdot \frac{K \cdot (x-l)}{2} +$$

$$+ b(x+t-l) \cdot \frac{K}{2} - b(x+t-l) \cdot v_{\xi x}(x-l, l-x) - \int_0^{x+t-l} b(\tau) \cdot v_{\xi xx}(x-l, t-\tau) d\tau$$

$$u_t = u_{1t} = b'(x+t-l) + b(x+t-l) \cdot \frac{K \cdot (x-l)}{2} - \int_0^{x+t-l} b(\tau) \cdot v_{\xi t}(x-l, t-\tau) d\tau$$

$$u_{tt} = u_{1tt} = b''(x+t-l) + b'(x+t-l) \cdot \frac{K \cdot (x-l)}{2} +$$

$$- b(x+t-l) \cdot v_{\xi t}(x-l, l-x) - \int_0^{x+t-l} b(\tau) \cdot v_{\xi tt}(x-l, t-\tau) d\tau$$

che soddisfano l'equazione (4.19):

$$u_{tt} - u_{xx} + K \cdot u = u_{l_{tt}} - u_{l_{xx}} + K \cdot u_l = b(x+t-l) \cdot \frac{K}{2} + \\ + \int_0^{x+t-l} b(\tau) \cdot (\partial_t^2 - \partial_x^2 + K) v_\xi(x-l, t-\tau) d\tau = b(x+t-l) \cdot \frac{K}{2} - b(x+t-l) \cdot \frac{K}{2} = 0$$

La  $u_x$  è pari a:

$$u_x(x, t) = b'(x+t-l) - b(x+t-l) \cdot v_{\xi x}(x-l, t-x) - \int_0^{x+t-l} b(\tau) \cdot v_{\xi x}(x-l, t-\tau) d\tau \\ u_x(x, t) = b'(x+t-l) - b(x+t-l) \cdot \frac{K \cdot (x-l)}{2} - \int_0^{x+t-l} b(\tau) \cdot v_{\xi x}(x-l, t-\tau) d\tau$$

con

$$v_{\xi x}(x-2 \cdot l, t-\tau) = -\frac{K^2 \cdot (x-2 \cdot l)^2}{z^2} \cdot J_2(z) - K \cdot \frac{J_1(z)}{z} \\ \left. \frac{J_2(z)}{z^2} \right|_{z=0} = \frac{1}{8}.$$

Per  $t = 2 \cdot l$ , ossia in termini dimensionali per  $T = 2Lb/a$ , si ha:

$$u(x, t) = b(x+t-l) + \int_0^{x+t-l} b(\tau) \cdot v_\xi(x-l, t-\tau) d\tau + \\ - \left( b(t-x-l) + \int_0^{t-x-l} b(\tau) \cdot v_\xi(x+l, t-\tau) d\tau \right) = u_1 - u_2 \quad (4.21)$$

La  $u_1$  è data dalla (4.20), mentre

$$u_2 = b(t-x-l) + \int_0^{t-x-l} b(\tau) \cdot v_\xi(x+l, t-\tau) d\tau \quad (4.22)$$

in cui i termini  $b(t-x-l)$  e  $b(\tau)$  sono dati rispettivamente dalle seguenti relazioni:

$$b(t-x-l) = \sin \omega [b(t-x-l) - al/V] \\ b(\tau) = \sin \omega (b\tau - al/V).$$

Agli estremi, per  $t = 2 \cdot l$ , si ha:

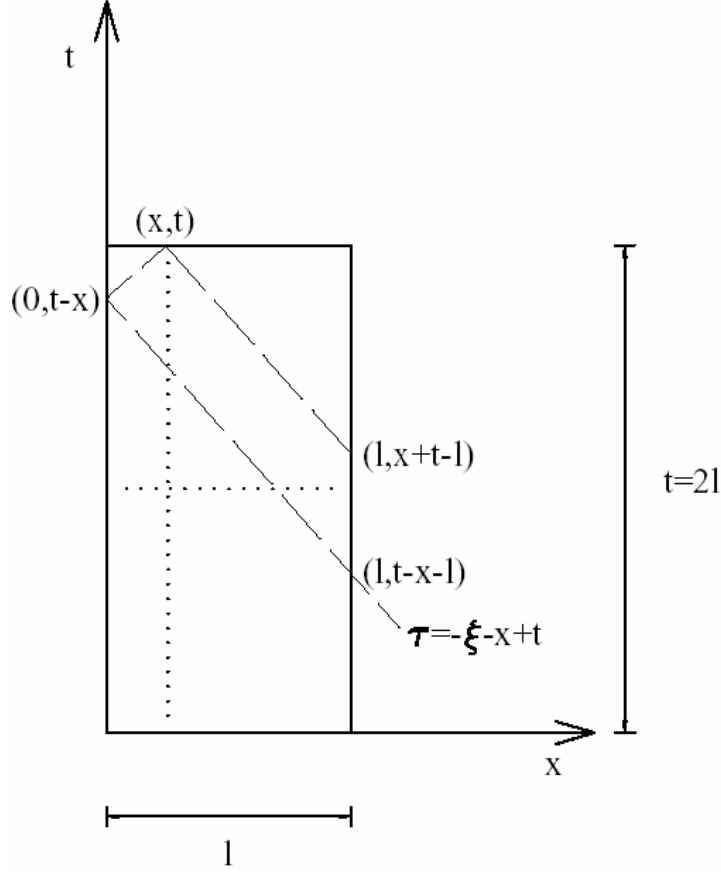
$$u(0, t) = b(t-l) + \int_0^{t-0-l} b(\tau) \cdot v_\xi(x, t-\tau) d\tau - b(t-l) - \int_0^{t-0-l} b(\tau) \cdot v_\xi(x, t-\tau) d\tau = 0$$

e



$$u(1, t) = b(1 + t - 1) + \int_0^{t-1-1} b(\tau) \cdot v_{\xi}(1-1, t-\tau) d\tau +$$

$$-b(t-1-1) + \int_0^{t-1-1} b(\tau) \cdot v_{\xi}(1+1, t-\tau) d\tau = b(t)$$



**Figura 4.6:** Caso B:  $t=2l$ .

Agli estremi, per  $t = 2 \cdot l$ , si ha:

$$u(0, t) = b(t-1) + \int_0^{t-0-1} b(\tau) \cdot v_{\xi}(x, t-\tau) d\tau - b(t-1) - \int_0^{t-0-1} b(\tau) \cdot v_{\xi}(x, t-\tau) d\tau = 0$$

e

$$u(1, t) = b(1 + t - 1) + \int_0^{t-1-1} b(\tau) \cdot v_{\xi}(1-1, t-\tau) d\tau +$$

$$-b(t-1-1) + \int_0^{t-1-1} b(\tau) \cdot v_{\xi}(1+1, t-\tau) d\tau = b(t)$$

Dalla (4.22) è possibile ricavare le derivate  $u_x$ ,  $u_{xx}$ ,  $u_t$  ed  $u_{tt}$  che sono date rispettivamente da:

$$\begin{aligned}
 u_{2x} &= b'(t-x-l) + b(t-x-l) \cdot v_{\xi}(x+l, l-x) - \int_0^{t-x-l} b(\tau) \cdot v_{\xi x}(x+l, t-\tau) d\tau \\
 u_{2xx} &= -b''(t-x-l) - b'(t-x-l) \cdot \frac{K \cdot (x+l)}{2} + b(t-x-l) \cdot \frac{K}{2} + \\
 &\quad + b(t-x-l) \cdot v_{\xi x}(x+l, l-x) - \int_0^{t-x-l} b(\tau) \cdot v_{\xi xx}(x+l, t-\tau) d\tau \\
 u_{2t} &= b'(t-x-l) - b(t-x-l) \cdot \frac{K \cdot (x+l)}{2} - \int_0^{t-x-l} b(\tau) \cdot v_{\xi t}(x-l, t-\tau) d\tau \\
 u_{2tt} &= -b''(x-t-l) - b'(x-t-l) \cdot \frac{K \cdot (x+l)}{2} + \\
 &\quad - b(x-t-l) \cdot v_{\xi t}(x-l, l-x) - \int_0^{t-x-l} b(\tau) \cdot v_{\xi tt}(x-l, t-\tau) d\tau
 \end{aligned}$$

che soddisfano l'equazione (4.20):

$$\begin{aligned}
 u_{tt} - u_{xx} + K \cdot u &= u_{2tt} - u_{2xx} + K \cdot u_2 = -b''(x-t-l) - b'(x-t-l) \cdot \frac{K \cdot (x+l)}{2} + \\
 &\quad - b(x-t-l) \cdot v_{\xi t}(x-l, l-x) - \int_0^{t-x-l} b(\tau) \cdot v_{\xi tt}(x-l, t-\tau) d\tau + b''(t-x-l) + \\
 &\quad + b'(t-x-l) \cdot \frac{K \cdot (x+l)}{2} - b(t-x-l) \cdot \frac{K}{2} - b(t-x-l) \cdot v_{\xi x}(x+l, l-x) + \\
 &\quad + \int_0^{t-x-l} b(\tau) \cdot v_{\xi xx}(x+l, t-\tau) d\tau + K \left( b(t-x-l) + \int_0^{t-x-l} b(\tau) \cdot \frac{J_1(z)}{z} \cdot K \cdot (x-l) d\tau \right) \\
 u_{tt} - u_{xx} + K \cdot u &= u_{2tt} - u_{2xx} + K \cdot u_2 = -b(t-x-l) \cdot \frac{K}{2} + \\
 &\quad + \int_0^{t-x-l} b(\tau) \cdot (\partial_t^2 - \partial_x^2 + K) v_{\xi}(x+l, t-\tau) d\tau = 0
 \end{aligned}$$

Per  $t = x+l$  si ha che  $u(x, t) = u_1$ .

La  $u_x$  è pari a:

$$\begin{aligned}
 u_x(x, t) &= b'(x+t-l) - b(x+t-l) \cdot v_{\xi}(x-l, l-x) - \int_0^{x+t-l} b(\tau) \cdot v_{\xi x}(x-l, t-\tau) d\tau + \\
 &\quad + b'(t-x-l) + b(t-x-l) \cdot v_{\xi}(x+l, l-x) - \int_0^{x+t-l} b(\tau) \cdot v_{\xi x}(x+l, t-\tau) d\tau
 \end{aligned}$$

ossia:

$$u_x(x, t) = b'(x+t-1) - b(x+t-1) \cdot \frac{K \cdot (x-1)}{2} - \int_0^{x+t-1} b(\tau) \cdot v_{\xi x}(x-1, t-\tau) d\tau + \\ + b'(t-x-1) + b(t-x-1) \cdot \frac{K \cdot (x+1)}{2} - \int_0^{x+t-1} b(\tau) \cdot v_{\xi x}(x+1, t-\tau) d\tau$$

con

$$v_{\xi x}(x-2 \cdot l, t-\tau) = -\frac{K^2 \cdot (x-2 \cdot l)^2}{z^2} \cdot J_2(z) - K \cdot \frac{J_1(z)}{z} \\ \left. \frac{J_2(z)}{z^2} \right|_{z=0} = \frac{1}{8}.$$

Per  $t = 3 \cdot l$ , ossia in termini dimensionali per  $T = 3Lb/a$ , si ha:

$$u(x, t) = u_1 + u_2 + u_3 = \\ b(x+t-1) - \int_0^{x+t-1} b(\tau) \cdot v_{\xi}(x-1, t-\tau) d\tau - b(t-x-1) + \\ - \int_0^{t-x-1} b(\tau) \cdot v_{\xi}(x+1, t-\tau) d\tau + b(x+t-3 \cdot l) - \int_0^{x+t-3 \cdot l} b(\tau) \cdot v_{\xi}(x-3 \cdot l, t-\tau) d\tau \quad (4.23)$$

La  $u_1$  e la  $u_2$  sono date rispettivamente dalle (4.20) e (4.22), mentre

$$u_3 = b(x+t-3 \cdot l) - \int_0^{x+t-3 \cdot l} b(\tau) \cdot v_{\xi}(x-3 \cdot l, t-\tau) d\tau$$

in cui i termini  $b(x+t-3 \cdot l)$  e  $b(\tau)$  sono dati rispettivamente dalle seguenti relazioni:

$$b(x+t-3 \cdot l) = \sin \omega [b(x+t-3 \cdot l) - al/V] \\ b(\tau) = \sin \omega (b\tau - al/V).$$

Agli estremi, per  $t=3 \cdot l$ , si ha:

$$u(0, t) = b(t-1) - \int_0^{t-1} b(\tau) \cdot v_{\xi}(-1, t-\tau) d\tau - b(t-1) + \\ - \int_0^{t-1} b(\tau) \cdot v_{\xi}(1, t-\tau) d\tau + b(t-3 \cdot l) - \int_0^{t-3 \cdot l} b(\tau) \cdot v_{\xi}(-3 \cdot l, t-\tau) d\tau = 0$$

e

$$u(1, t) = b(1+t-1) - \int_0^{1+t-1} b(\tau) \cdot v_{\xi}(1-1, t-\tau) d\tau - b(t-1-1) + \\ - \int_0^{t-1-1} b(\tau) \cdot v_{\xi}(1+1, t-\tau) d\tau + b(1+t-3 \cdot l) - \int_0^{1+t-3 \cdot l} b(\tau) \cdot v_{\xi}(1-3 \cdot l, t-\tau) d\tau = b(t)$$

Dalla (4.23) si ha:

$$\begin{aligned}
 u_{3x} &= b'(x+t-3 \cdot l) - b(x+t-3 \cdot l) \cdot v_{\xi}(x-3 \cdot l, 3 \cdot l-x) + \\
 &\quad - \int_0^{x+t-3 \cdot l} b(\tau) \cdot v_{\xi x}(x-3 \cdot l, t-\tau) d\tau = b'(x+t-3 \cdot l) + \\
 &\quad - b(x+t-3 \cdot l) \cdot \frac{K \cdot (x-3 \cdot l)}{2} - \int_0^{x+t-3 \cdot l} b(\tau) \cdot v_{\xi x}(x-3 \cdot l, t-\tau) d\tau \\
 u_{3xx} &= b''(x+t-3 \cdot l) + \frac{K}{2} \cdot b(x+t-3 \cdot l) + \frac{K \cdot (x-3 \cdot l)}{2} \cdot b'(x+t-3 \cdot l) + \\
 &\quad - b(x+t-3 \cdot l) \cdot v_{\xi x}(x-3 \cdot l, 3 \cdot l-x) - \int_0^{x+t-3 \cdot l} b(\tau) \cdot v_{\xi xx}(x-3 \cdot l, t-\tau) d\tau \\
 u_{3t} &= b'(x+t-3 \cdot l) + \frac{K \cdot (x-3 \cdot l)}{2} \cdot b(x+t-3 \cdot l) - \int_0^{x+t-3 \cdot l} b(\tau) \cdot v_{\xi t}(x-3 \cdot l, t-\tau) d\tau \\
 u_{3tt} &= b''(x+t-3 \cdot l) + \frac{K \cdot (x-3 \cdot l)}{2} \cdot b'(x+t-3 \cdot l) + \\
 &\quad - b(x+t-3 \cdot l) \cdot v_{\xi t}(x-3 \cdot l, 3 \cdot l-x) - \int_0^{x+t-3 \cdot l} b(\tau) \cdot v_{\xi tt}(x-3 \cdot l, t-\tau) d\tau
 \end{aligned}$$

che soddisfano l'equazione (4.19):

$$\begin{aligned}
 u_{tt} - u_{xx} + K \cdot u &= u_{3tt} - u_{3xx} + K \cdot u_3 = -b(x+t-3 \cdot l) \cdot \frac{K}{2} + \\
 &\quad + b(x+t-3 \cdot l) \cdot [v_{\xi x}(x-3 \cdot l, 3 \cdot l-x) + v_{\xi t}(x-3 \cdot l, 3 \cdot l-x)] + \\
 &\quad + K \cdot b(x+t-3 \cdot l) + \int_0^{x+t-3 \cdot l} b(\tau) \cdot (v_{\xi tt} - v_{\xi xx} + K \cdot v_{\xi}) = 0
 \end{aligned}$$

La  $u_x$  è pari a:

$$\begin{aligned}
 u_x(x, t) &= b'(x+t-l) - b(x+t-l) \cdot v_{\xi}(x-l, l-x) - \int_0^{x+t-l} b(\tau) \cdot v_{\xi x}(x-l, t-\tau) d\tau + \\
 &\quad + b'(t-x-l) + b(t-x-l) \cdot v_{\xi}(x+l, l-x) - \int_0^{x+t-l} b(\tau) \cdot v_{\xi x}(x+l, t-\tau) d\tau \\
 &\quad + b'(x+t-3 \cdot l) - b(x+t-3 \cdot l) \cdot v_{\xi}(x-3 \cdot l, 3 \cdot l-x) - \int_0^{x+t-3 \cdot l} b(\tau) \cdot v_{\xi x}(x-3 \cdot l, t-\tau) d\tau
 \end{aligned}$$

ossia:

$$\begin{aligned}
 u_x(x, t) = & b'(x+t-1) - b(x+t-1) \cdot \frac{K \cdot (x-1)}{2} - \int_0^{x+t-1} b(\tau) \cdot v_{\xi x}(x-1, t-\tau) d\tau + \\
 & + b'(t-x-1) + b(t-x-1) \cdot \frac{K \cdot (x+1)}{2} - \int_0^{x+t-1} b(\tau) \cdot v_{\xi x}(x+1, t-\tau) d\tau + \\
 & + b'(x+t-3 \cdot l) - b(x+t-3 \cdot l) \cdot \frac{K \cdot (x-3 \cdot l)}{2} - \int_0^{x+t-3 \cdot l} b(\tau) \cdot v_{\xi x}(x-3 \cdot l, t-\tau) d\tau
 \end{aligned}$$

con

$$\begin{aligned}
 v_{\xi x}(x-\xi, t-\tau) = & -\frac{K^2 \cdot (x-\xi)^2}{z^2} \cdot J_2(z) - K \cdot \frac{J_1(z)}{z} \\
 \left. \frac{J_2(z)}{z^2} \right|_{z=0} = & \frac{1}{8} \quad e \quad \left. \frac{J_1(z)}{z} \right|_{z=0} = \frac{1}{2}.
 \end{aligned}$$

#### 4.4.3 CASO C (TERMINE FORZANTE DIVERSO DA ZERO)

Il caso C tiene conto del termine forzante e considera nulli i dati iniziali. Per brevità si riporta solo la soluzione per  $t = 2l$ , ossia in termini dimensionali per  $T = 2Lb/a$ . La soluzione della (4.6) è la somma di quattro integrali (Figure 4.7 e 4.8):

$$\begin{aligned}
 u(x, t) = & \frac{1}{2} \left( \int_0^{-x+t} d\xi \int_0^{-\xi-x+t} v(x+\xi, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau + \int_0^x d\xi \int_0^{\xi-x+t} v(x-\xi, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau \right) \\
 & + \frac{1}{2} \left( \int_x^1 d\xi \int_0^{-\xi+x+t} v(x-\xi, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau + \int_{2l-x-t}^1 d\xi \int_0^{\xi-2l+x+t} v(x+\xi-2l, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau \right) \quad (4.24)
 \end{aligned}$$

in cui:

$$- v(x-\xi, t-\tau) = J_0(z) \quad \text{con} \quad z^2 = K \left[ (t-\tau)^2 - (x-\xi)^2 \right],$$

$$- f(\xi, \tau) = \sin \omega(b\tau - a\xi/V), \quad \text{se} \quad b\beta > a\alpha/V.$$

L'espressione della  $u_x$  si ottiene derivando la (4.24):

$$\begin{aligned}
 u_x(x, t) = & \frac{1}{2} \left( - \int_0^{-x+t} v(x+\xi, x+\xi) \cdot f(\xi, -\xi-x+t) d\xi + \int_0^{-x+t} d\xi \int_0^{-\xi-x+t} v_x(x+\xi, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau \right) + \\
 & + \frac{1}{2} \left( \int_0^t v(0, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau - \int_0^x v(x-\xi, x-\xi) \cdot f(\xi, \xi-x+t) d\xi + \int_0^x d\xi \int_0^{\xi-x+t} v_x(x-\xi, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau \right) \\
 & + \frac{1}{2} \left( - \int_0^t v(0, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau + \int_x^1 v(x-\xi, \xi-x) \cdot f(\xi, -\xi+x+t) d\xi + \int_x^1 d\xi \int_0^{-\xi+x+t} v_x(x-\xi, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau \right) \\
 & + \frac{1}{2} \left( \int_{2 \cdot l - x - t}^1 v(x+\xi-2 \cdot l, 2 \cdot l - x - t) \cdot f(\xi, \xi-2 \cdot l+x+t) d\xi + \int_{2 \cdot l - x - t}^1 d\xi \int_0^{\xi-2 \cdot l+x+t} v_x(x+\xi-2 \cdot l, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau \right)
 \end{aligned}
 \tag{4.25}$$

Verifichiamo che siano soddisfatte le condizioni (4.3) (**condotta libera alle estremità**):

- estremo sinistro:

$$\begin{aligned}
 2u_x(0, t) = & - \int_0^t v(\xi, \xi) \cdot f(\xi, -\xi+t) d\xi + \int_0^t d\xi \int_0^{-\xi+t} v_x(\xi, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau + \\
 & + \int_0^t v(0, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau - \int_0^0 v(\xi, -\xi) \cdot f(\xi, \xi+t) d\xi + \int_0^0 d\xi \int_0^{\xi+t} v_x(-\xi, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau + \\
 & - \int_0^t v(0, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau + \int_0^1 v(-\xi, \xi) \cdot f(\xi, -\xi+t) d\xi + \int_0^1 d\xi \int_0^{-\xi+t} v_x(-\xi, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau + \\
 & + \int_{2 \cdot l - t}^1 v(\xi-2 \cdot l, 2 \cdot l - t) \cdot f(\xi, \xi-2 \cdot l+t) d\xi + \int_{2 \cdot l - t}^1 d\xi \int_0^{\xi-2 \cdot l+t} v_x(\xi-2 \cdot l, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau
 \end{aligned}$$

semplificando:

$$\begin{aligned}
 2u_x(0, t) = & - \int_0^t v(\xi, \xi) \cdot f(\xi, -\xi+t) d\xi + \int_0^t d\xi \int_0^{-\xi+t} v_x(\xi, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau + \\
 & + \int_0^1 v(-\xi, \xi) \cdot f(\xi, -\xi+t) d\xi + \int_0^1 d\xi \int_0^{-\xi+t} v_x(-\xi, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau + \\
 & + \int_{2 \cdot l - t}^1 v(\xi-2 \cdot l, 2 \cdot l - t) \cdot f(\xi, \xi-2 \cdot l+t) d\xi + \int_{2 \cdot l - t}^1 d\xi \int_0^{\xi-2 \cdot l+t} v_x(\xi-2 \cdot l, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau
 \end{aligned}$$

essendo

$$t=l, \quad v(\xi, \xi) = v(-\xi, \xi) \quad \text{e} \quad v_x(\xi, t-\tau) = -v_x(-\xi, t-\tau)$$

si ha:

$$u_x(0, t) = 0;$$

- estremo destro:

**Capitolo 4: Un nuovo approccio alla risposta dinamica di condotte interrate in zona sismica  
(FLBDWF: Finite Length Beam on Dynamic Winkler Foundation)**

$$\begin{aligned}
 2u_x(1, t) = & - \int_0^{-1+t} v(1+\xi, 1+\xi) \cdot f(\xi, -\xi-1+t) d\xi + \int_0^{-1+t} d\xi \int_0^{-\xi-1+t} v_x(1+\xi, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau + \\
 & - \int_0^1 v(1-\xi, 1-\xi) \cdot f(\xi, \xi-1+t) d\xi + \int_0^1 d\xi \int_0^{\xi-1+t} v_x(1-\xi, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau + \\
 & + \int_1^1 v(1-\xi, \xi-1) \cdot f(\xi, -\xi+1+t) d\xi + \int_1^1 d\xi \int_0^{-\xi+1+t} v_x(1-\xi, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau + \\
 & + \int_{2 \cdot 1-1-t}^1 v(1+\xi-2 \cdot 1, 2 \cdot 1-1-t) \cdot f(\xi, \xi-2 \cdot 1+1+t) d\xi + \\
 & + \int_{2 \cdot 1-1-t}^1 d\xi \int_0^{\xi-2 \cdot 1+1+t} v_x(1+\xi-2 \cdot 1, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau
 \end{aligned}$$

semplificando:

$$\begin{aligned}
 2u_x(1, t) = & - \int_0^{-1+t} v(1+\xi, 1+\xi) \cdot f(\xi, -\xi-1+t) d\xi + \\
 & - \int_0^1 v(1-\xi, 1-\xi) \cdot f(\xi, \xi-1+t) d\xi + \int_0^1 d\xi \int_0^{\xi-1+t} v_x(1-\xi, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau + \\
 & + \int_{2 \cdot 1-1-t}^1 v(1+\xi-2 \cdot 1, 2 \cdot 1-1-t) \cdot f(\xi, \xi-2 \cdot 1+1+t) d\xi + \\
 & + \int_{2 \cdot 1-1-t}^1 d\xi \int_0^{\xi-2 \cdot 1+1+t} v_x(1+\xi-2 \cdot 1, t-\tau) \cdot f(\xi, \tau) d\tau
 \end{aligned}$$

essendo

$$t=1, \quad v(1-\xi, 1-\xi) = v(\xi-1, 1-\xi) \quad \text{e} \quad v_x(1-\xi, t-\tau) = -v_x(\xi-1, t-\tau)$$

si ha:

$$u_x(1, t) = 0.$$

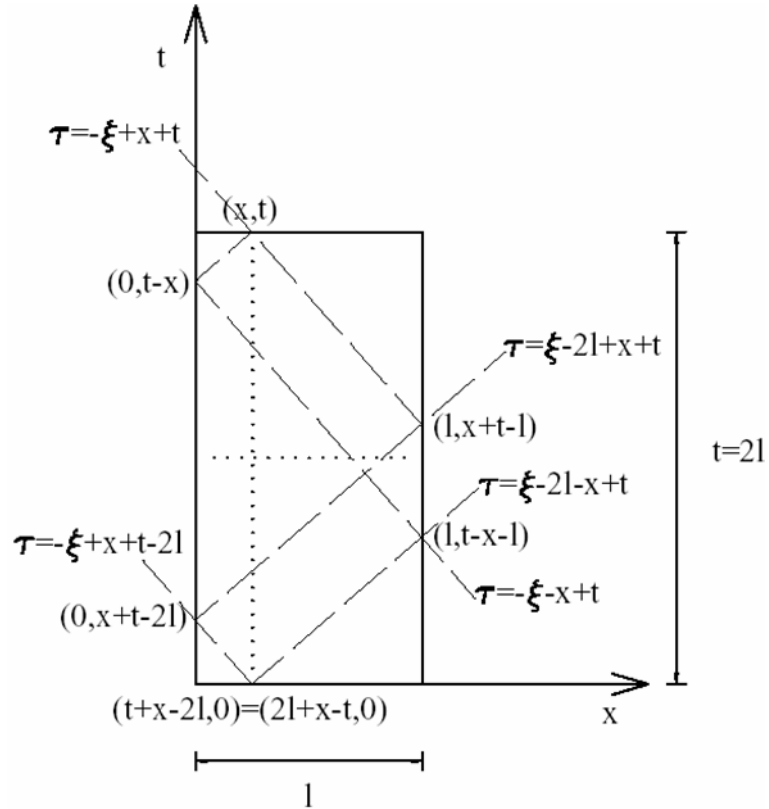


Figura 4.7: Caso C:  $t=2l$ .

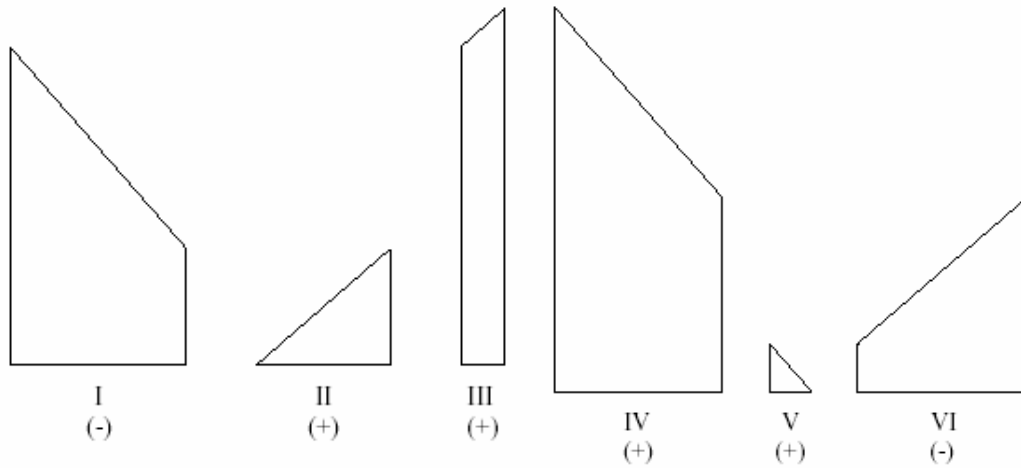


Figura 4.8: Caso C: particolare integrali.

#### 4.4.4 CONDIZIONE ESTREMI LIBERI

Al fine di verificare l'efficienza e la precisione dei metodi MC, CN e CFL, se ne sono confrontati i risultati con quelle desunte dalla soluzione esatta scritta per  $U$  e per  $U_x$  applicando, nel caso di condotta libera alle estremità, le (4.24) e (4.25).



In particolare si è considerata una condotta in acciaio di diametro  $D_N=800$  mm e lunghezza  $L=50$  m al tempo  $T=0.034$  s. Le simulazioni numeriche sono state sviluppate assumendo un valore del  $\Delta X$  pari a 0.01 m. Per quanto riguarda il terreno, si è considerato un tipo di classe C (caratterizzato da  $V_S=200$  m/s e  $V=240$  m/s).

I risultati relativi ad  $U$  e  $U_X$  approssimano molto bene la soluzione esatta, come si evince dalle Figure 4.9 e 4.10. Tutti e tre i metodi mostrano una buona convergenza, perchè non sono presenti punti di discontinuità.

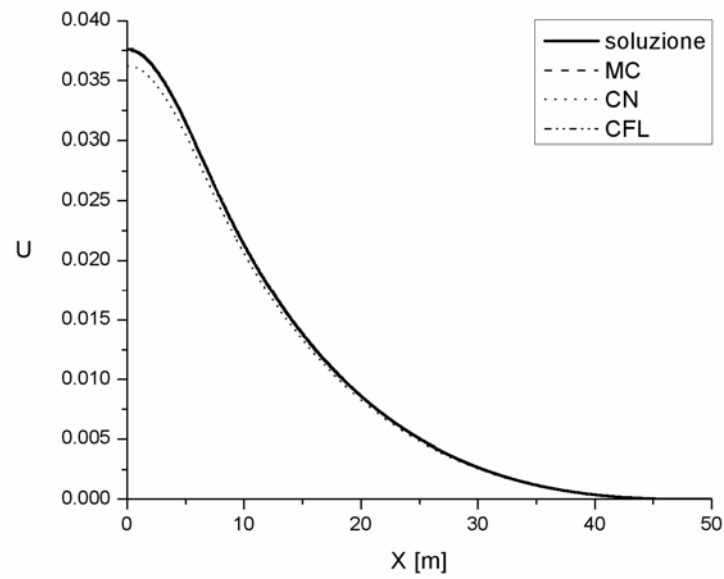
Ciò è confermato dai valori degli errori assoluti, calcolati sia per  $U$  che per  $U_X$  mediante le espressioni:

$$e(U) = \frac{\sum_{i=1}^{nx} |U_i^{esatta} - U_i^{numerica}| \cdot \Delta X}{L} \quad (4.26)$$

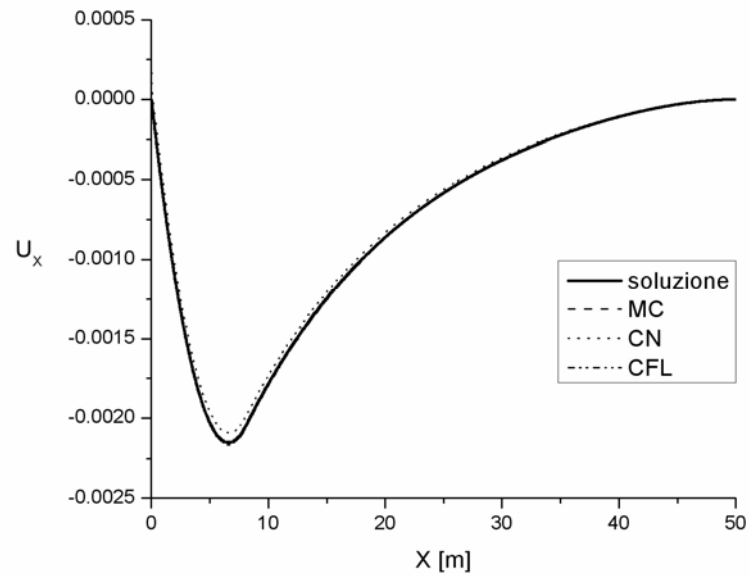
$$e(U_X) = \frac{\sum_{i=1}^{nx} |U_{X,i}^{esatta} - U_{X,i}^{numerica}| \cdot \Delta X}{L} \quad (4.27)$$

in cui  $nx$  è stato posto pari a 5000 (corrispondente ad un  $\Delta X$  pari a 0.01 m) e  $L$  è la lunghezza della tratta in esame. I valori degli errori assoluti forniti dalle (4.26) e (4.27) per MC, CN e CFL sono stati riportati nella Tabella 4.1: in particolare, si può notare che per il calcolo della  $U_X$  il metodo CFL presenta un valore dell'errore assoluto che è un ordine di grandezza inferiore a quello fornito da MC e due ordini di grandezza rispetto a quello fornito da CN.

In conclusione tutte e tre i metodi approssimano bene la soluzione di riferimento, ma il metodo CFL presenta un errore minore, per cui si è scelto di utilizzare tale metodo per le simulazioni riportate nel capitolo successivo, in cui si è analizzato la risposta dinamica di condotte in acciaio soggette a sollecitazione sismica.



**Figura 4.9:** Confronto tra soluzione analitica e soluzione numerica:  $U$ .



**Figura 4.10:** Confronto tra soluzione analitica e soluzione numerica:  $U_x$ .

	MC	CN	CFL
<b>e (U)</b>	$1.60 \cdot 10^{-5}$	$3.61 \cdot 10^{-4}$	$1.05 \cdot 10^{-5}$
<b>e (U<sub>x</sub>)</b>	$2.00 \cdot 10^{-6}$	$2.86 \cdot 10^{-5}$	$7.74 \cdot 10^{-7}$

**Tabella 4.1:** Errore assoluto.

#### 4.4.5 CONDIZIONE ESTREMI VINCOLATI

La scelta del metodo CFL per la risoluzione della (4.1) è scaturita dal confronto tra la soluzione esatta e la soluzione numerica ottenuta dai metodi MC, CN e CFL nel caso di condotta vincolata rigidamente alle estremità. Da tale confronto, infatti, è emerso che tutti e tre i metodi approssimano bene la  $U$ , ma presentano un comportamento diverso per la deformazione assiale. Infatti l'onda sismica induce delle discontinuità nella  $U_x$  che causano fastidiose oscillazioni nei metodi di MC e CN.

Nelle Figure 4.11 e 4.12 si sono riportate le soluzioni analitiche, per la  $U$  e la  $U_x$ , mettendole a confronto con le soluzioni numeriche ottenute usando i suddetti metodi e assumendo un  $\Delta X$  uguale 0.001 m. Le simulazioni si riferiscono ad una tratta di condotta in acciaio di diametro  $D_N=800$  mm e lunghezza  $L=25$  m e ad un terreno di classe A (rocce:  $V_S=800$  m/s e  $V=960$  m/s) al tempo  $T=0.042$  s. Per il confronto si è fatto riferimento al seguente problema:

$$u_{tt} - u_{xx} + u = 0,$$

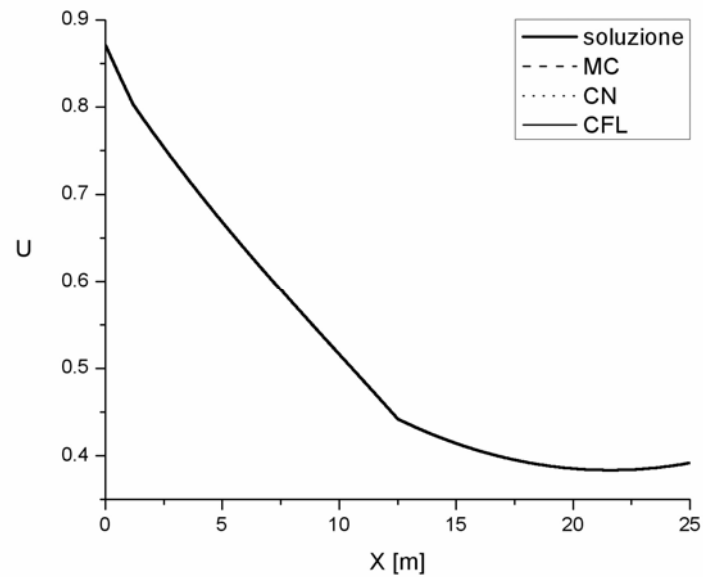
$$u(0, t) = \sin \omega t, \quad u(L/a) = \begin{cases} \sin \omega(bt - L/V), & \text{se } bt > L/V \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = 0,$$

trascurando, quindi, nella (4.6) il termine forzante, non generando quest'ultimo discontinuità.

Dalla Figura 4.11 si evince, come già anticipato, che i metodi presentano una buona convergenza per quanto riguarda la valutazione della  $U$ .

Al contrario i risultati ottenuti per la  $U_x$  sono talvolta insoddisfacenti. Infatti, la Figura 4.12 mostra una buona convergenza per tutti e tre i metodi, ad eccezione dei punti prossimi alle discontinuità. In tali punti, come evidenziato negli ingrandimenti riportati in Figura 4.13, il metodo CFL, a differenza degli altri due, non presenta oscillazioni, fornendo una buona approssimazione delle discontinuità. Le oscillazioni presenti nei metodi di MC e CN danno luogo, invece, a delle informazioni false che si ripercuotono sul massimo valore della  $U_x$ . Il metodo CFL, quindi, approssima la soluzione meglio degli altri due metodi e ciò è evidenziato dalla Tabella 4.2, in cui sono stati riportati i valori degli errori assoluti, forniti dalle (4.26) e (4.27), per MC, CN e CFL.

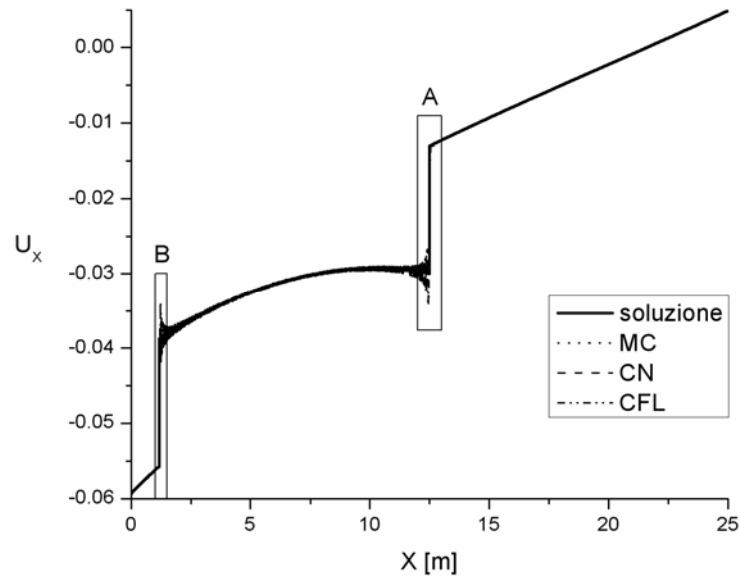


**Figura 4.11:** Confronto tra soluzione analitica e soluzione numerica: U.

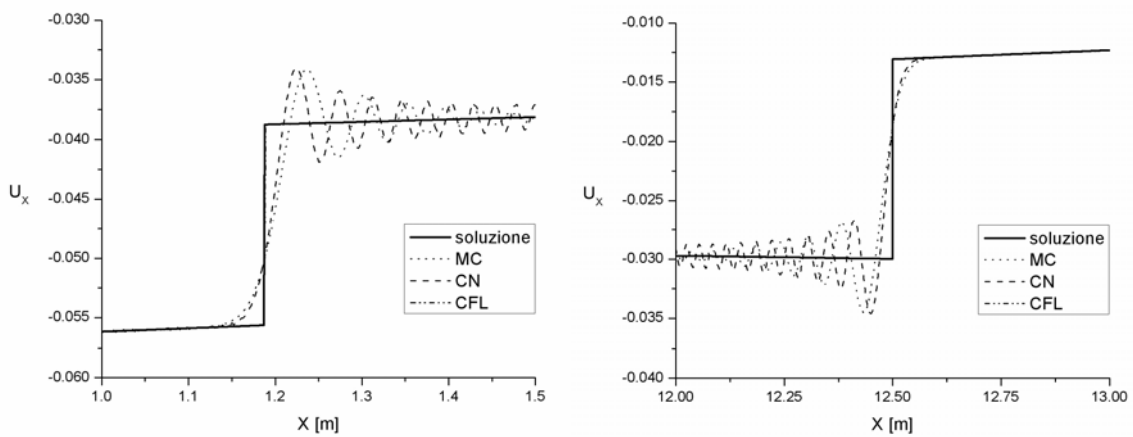
Anche nel caso di condotta vincolata alle estremità, il metodo CFL, per quanto riguarda la  $U_x$ , mostra un valore dell'errore assoluto che è un ordine di grandezza inferiore a quello fornito da MC e due ordini di grandezza rispetto a quello fornito da CN.

	MC	CN	CFL
<b>e (U)</b>	$2.85 \cdot 10^{-5}$	$2.21 \cdot 10^{-6}$	$4.0 \cdot 10^{-10}$
<b>e (<math>U_x</math>)</b>	$8.21 \cdot 10^{-5}$	$1.36 \cdot 10^{-4}$	$1.76 \cdot 10^{-6}$

**Tabella 4.2:** Errore assoluto.

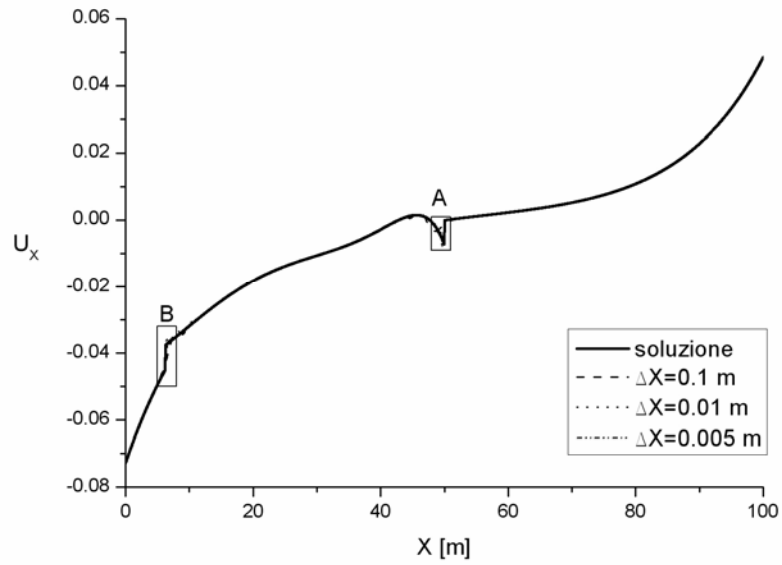


**Figura 4.12:** Confronto tra soluzione analitica e soluzione numerica:  $U_x$ .

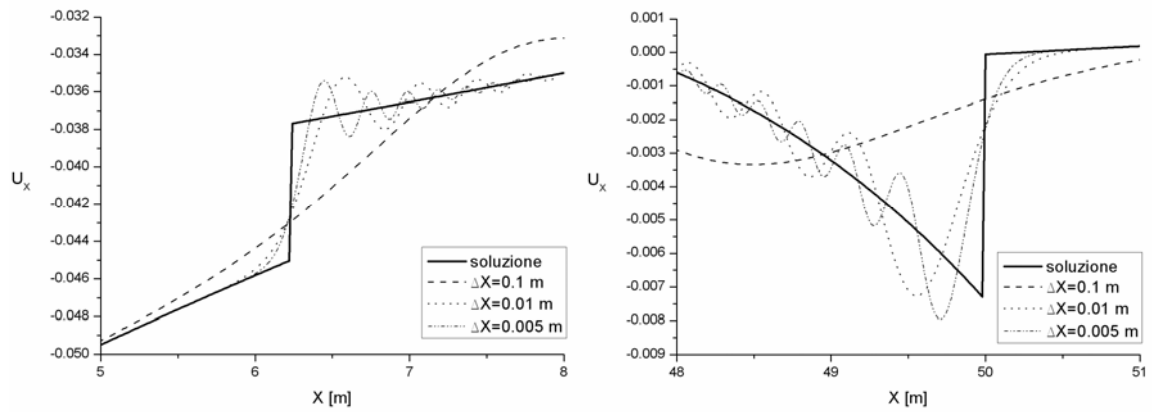


**Figura 4.13:** Confronto tra soluzione analitica e soluzione numerica: ingrandimenti B ed A.

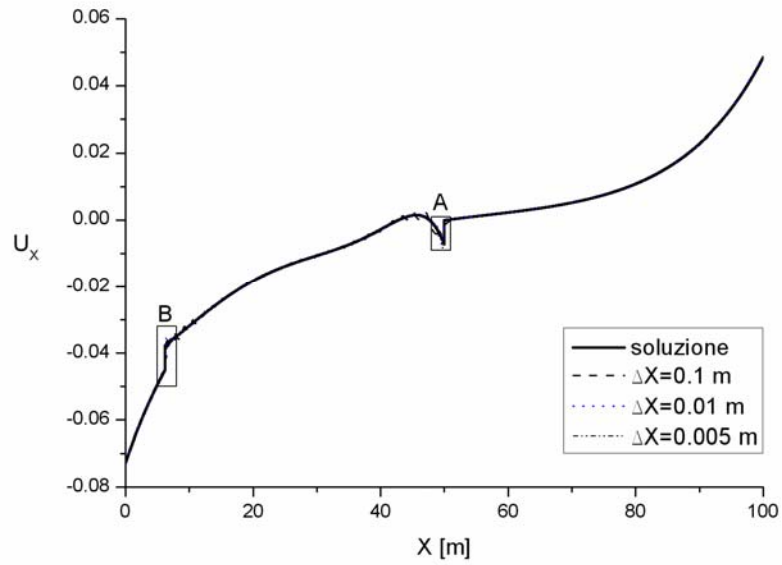
Per evidenziare ancora meglio che il metodo CFL presenta un comportamento migliore per la valutazione della deformazione assiale, altre simulazioni sono state condotte su tubazioni in acciaio di diametro  $D_N=200$  mm e lunghezza  $L=100$  m. Nelle Figure 4.14-4.19 si è riportato l'andamento della  $U_x$  lungo la condotta, al tempo  $T=0.167$  s, calcolato con i tre metodi al variare di  $\Delta X$  e confrontato con quello desunto dalla soluzione esatta. Dai grafici si evince che i metodi di MC e CN di nuovo mostrano indesiderabili oscillazioni, che tendono a peggiorare al diminuire di  $\Delta X$ . Il metodo CFL al contrario anche in questa situazione fornisce soddisfacenti risultati nel trattare le discontinuità della  $U_x$ .



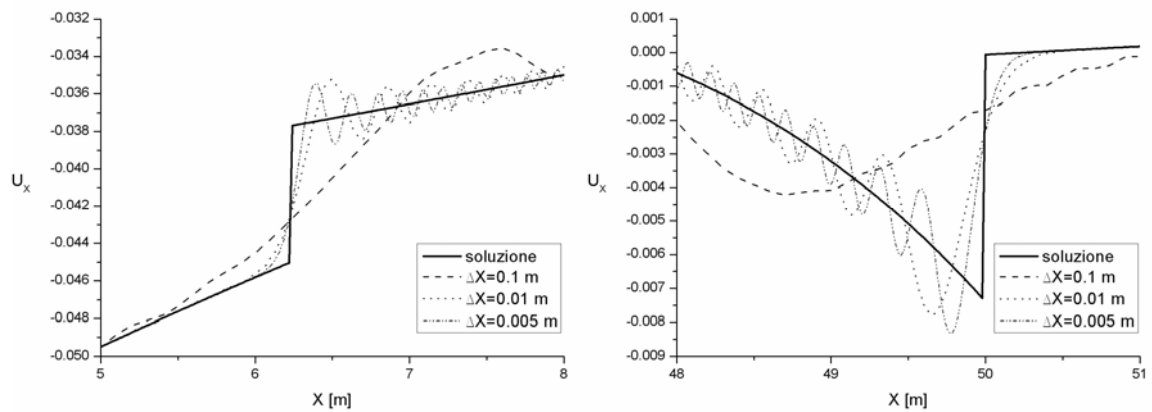
**Figura 4.14:** Confronto tra soluzione analitica e soluzione numerica:  $U_x$  (MC).



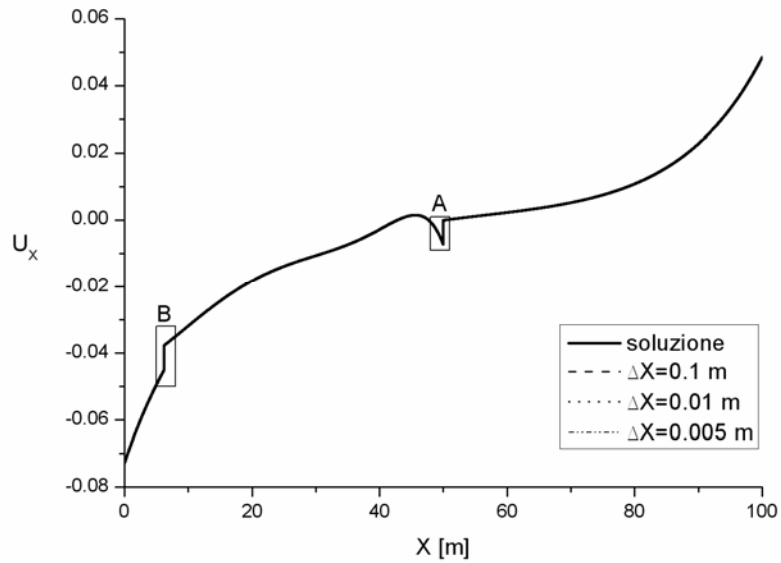
**Figura 4.15:** Confronto tra soluzione analitica e soluzione numerica: ingrandimenti B ed A (MC).



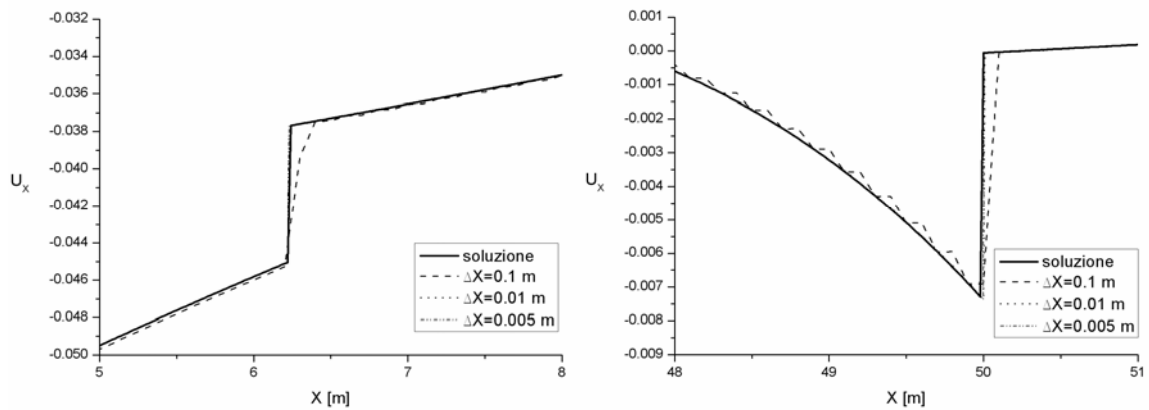
**Figura 4.16:** Confronto tra soluzione analitica e soluzione numerica:  $U_x$  (CN).



**Figura 4.17:** Confronto tra soluzione analitica e soluzione numerica: ingrandimenti B ed A (CN).



**Figura 4.18:** Confronto tra soluzione analitica e soluzione numerica:  $U_x$  (CFL).



**Figura 4.19:** Confronto tra soluzione analitica e soluzione numerica: ingrandimenti B ed A (CFL).

Alla luce dell'indagine effettuata si è deciso, per la risoluzione dell'equazione di nostro interesse (4.1), al fine di analizzare il comportamento dinamico di condotte in acciaio poste in zona sismica, di fare riferimento al metodo CFL.



## CAPITOLO 5: UN CASO DI STUDIO: CONDOTTE IN ACCIAIO

### 5.1 GENERALITA'

Al fine di valutare i risultati forniti dal nuovo approccio proposto e di metterli a confronto con quelli forniti dai modelli classici (modello “rigido” e modello BDWF), è stato sviluppato un caso di studio presentando, nel presente capitolo, i risultati ottenuti con il metodo **FLBDWF (Finite Length Beam on Dynamic Winkler Foundation)** applicato a condotte interrate sollecitate assialmente. In particolare, le simulazioni numeriche sono state sviluppate con riferimento a tubazioni in acciaio, materiale frequentemente utilizzato nei settori del convogliamento a pressione dei liquidi e dei gas. In particolare si è analizzata la risposta dinamica di tali condotte al variare delle caratteristiche della tubazione medesima (lunghezza e rigidezza), del terreno (velocità di propagazione delle onde di taglio) e delle condizioni di vincolo, al fine di individuare i parametri che maggiormente influenzano l'interazione terreno-condotta, da tener particolarmente in conto in fase di progetto e/o di verifica di reti di condotte.

### 5.2 CARATTERISTICHE CONDOTTA-TERRENO

Le simulazioni numeriche, come già anticipato, sono state condotte su tubazioni in acciaio, caratterizzate da un modulo di Young pari a  $2.1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ . La tubazione è stata considerata continua, attesa la tipologia di giunzione utilizzata (per saldatura).

In particolare sono stati considerati tre diversi tipi di diametri, rispettivamente  $D_N=200 \text{ mm}$ ,  $D_N=500 \text{ mm}$  e  $D_N=800 \text{ mm}$ , le cui principali caratteristiche -diametro esterno, spessore e peso per unità di lunghezza- sono riportate nella Tabella 5.1.

Per quanto riguarda, invece, il tipo di terreno, è stato preso in considerazione un terreno con valore della costante di Winkler pari a  $k=6.0 \text{ N/cm}^3$  e peso specifico  $\gamma=19.0 \text{ kN/m}^3$ . Inoltre, considerando la classificazione dell'Eurocodice8:

- classe A: rocce ( $V_s \geq 800 \text{ m/s}$ )

depositi di sabbie, ghiaie o argille sovraconsolidate ( $V_s \geq 400$  m/s per una profondità di 10 m);

- classe B: sabbie mediamente dense, sabbie o argille mediamente rigide

$V_s \geq 200$  m/s ad una profondità di 10 m;

$V_s \geq 350$  m/s ad una profondità di 50 m;

- classe C: terreni moderatamente coesivi, depositi con predominanza di suoli coesivi o poco coesivi ( $V_s \geq 200$  m/s);

sono state considerate tre differenti valori di velocità di propagazione ( $V_s$ ) delle onde di taglio:  $V_s=200$  m/s,  $V_s=350$  m/s e  $V_s=800$  m/s.

Per quanto concerne, infine, il sisma di progetto si è fatto riferimento ad una durata di 10 s.

Le caratteristiche del terreno e del sisma assunte in fase di calcolo sono state riassunte nelle Tabelle 5.2 e 5.3.

<b>ACCIAIO</b> $E = 2.1 \cdot 10^{11}$ N/m <sup>2</sup>				
Diametro		Spessore	Peso per unità di lunghezza	
Nominale $D_N$ [mm]	Esterno $D_E$ [mm]	s [mm]	M [N/m]	
200	219.1	5.0	314	324
500	508.0	6.3	924	960
800	812.8	7.1	1710	178.0

**Tabella 5.1:** Caratteristiche delle condotte

Costante di Winkler	Spessore del banco	Peso specifico del terreno	Profondità di posa del tubo
[k]	[H]	$[\gamma_t]$	[z]
6.0 N/cm <sup>3</sup>	50 m	19.0 kN/m <sup>3</sup>	1 m

**Tabella 5.2:** Caratteristiche del terreno

Tipo di Terreno (Eurocodice8)	Velocità di propagazione delle onde [V <sub>s</sub> ]	Velocità apparente di propagazione [V]	Periodo fondamentale di oscillazione [T <sub>g</sub> ]	Velocità angolare [ω]
A	800 m/s	960 m/s	0.21 s	29.9 Hz
B	350 m/s	420 m/s	0.48 s	13.1 Hz
C	200 m/s	240 m/s	0.83 s	7.6 Hz

**Tabella 5.3:** Caratteristiche del terremoto e dei terreni

## 5.3 RISULTATI NUMERICI

### 5.3.1 CONDOTTA LIBERA ALLE ESTREMITA'

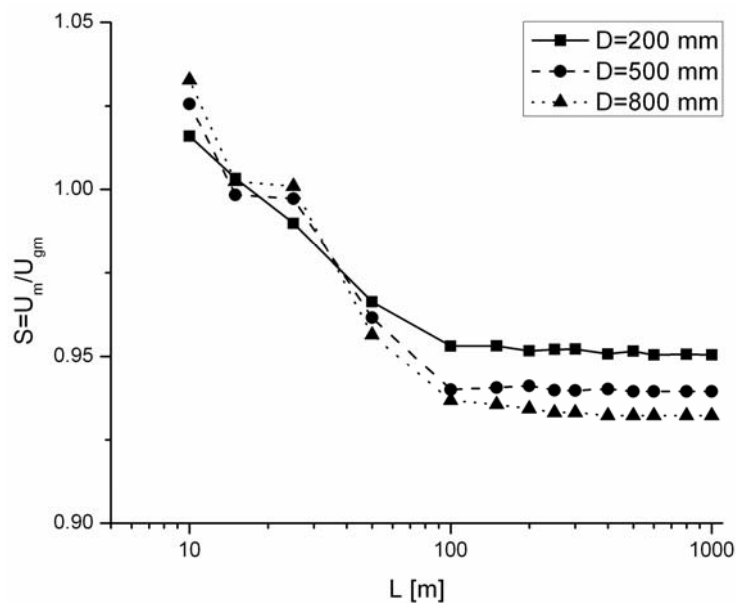
Allo scopo di fornire un quadro riassuntivo degli spostamenti subiti dalle tubazioni nel corso del sisma di progetto sono stati elaborati i diagrammi di Figura 5.1-5.3, nei quali si è riportato, al variare della lunghezza della tratta, il rapporto (S) tra lo spostamento massimo della condotta  $U_m$  e quello del terreno  $U_{gm}$  per i differenti diametri considerati e per i diversi tipi di terreno, nell'ipotesi di **condotta libera alle estremità**. Da tali figure si evince che, indipendentemente dal diametro, il rapporto S si riduce all'aumentare della lunghezza. In particolare, per bassi valori della velocità di propagazione delle onde, ossia per terreni molli, la condotta mostra spostamenti molto prossimi a quelli del terreno. E' possibile, altresì, notare che S assume valori di poco superiori all'unità per tratte di modesta lunghezza, valori minori dell'unità per condotte di maggior lunghezza (Figure 5.1 e 5.2). Inoltre, S aumenta per terreni caratterizzati da elevati valori di velocità di propagazione delle onde, cioè per terreni di classe A, rimanendo sempre maggiore dell'unità anche per condotte con maggiore lunghezza (Figura 5.3). Dalle Figure 5.1-5.3 è evidente, inoltre, che il diametro della condotta gioca un ruolo marginale, ma è interessante notare che la condotta caratterizzata dalla più elevata rigidità ( $D_N=200$  mm) presenta valori del rapporto S sempre più vicini all'unità di quelli valutati per le altre tubazioni. Quindi la rigidità del tubo – piuttosto che il diametro – assume un ruolo coerente con la rappresentazione fisica: ad una rigidità più elevata corrispondono spostamenti della tubazione con minori scostamenti rispetto a quelli del terreno.

Nelle Figure 5.4-5.6 si è riportato, invece, il rapporto R tra la massima deformazione della condotta  $U_{xm}$  e la massima deformazione del terreno  $U_{gx,m}$ , al variare della lunghezza, per i diversi diametri e per le tre classi di terreno considerate. E' evidente anzitutto la

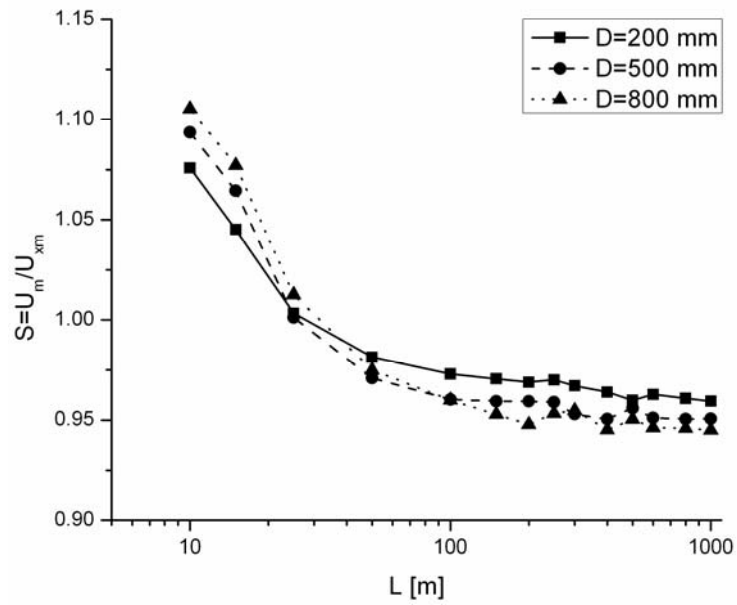
significativa influenza della lunghezza della tratta  $L$ , al cui incrementarsi cresce il valore di  $R$ , sino ad  $L=100$  m. Per  $L>100$  m, invece, il valore di  $R$  si mantiene più o meno costante in valori prossimi all'unità. In pratica  $R$  mostra lo stesso comportamento per tutti e tre i casi di studio, assumendo valori molto bassi per tratte brevi ed aumentando al crescere della lunghezza della tratta. In particolare,  $R$  risulta leggermente inferiore all'unità per terreni teneri (Figure 5.4 e 5.5) e supera l'unità per terreni più rigidi (Figura 5.6).

Una certa influenza mostra anche il valore di  $V_S$ : per terreni “molli”  $R$  assume valori leggermente inferiori, a parità degli altri parametri. Risulta, invece, nuovamente marginale l'influenza del diametro.

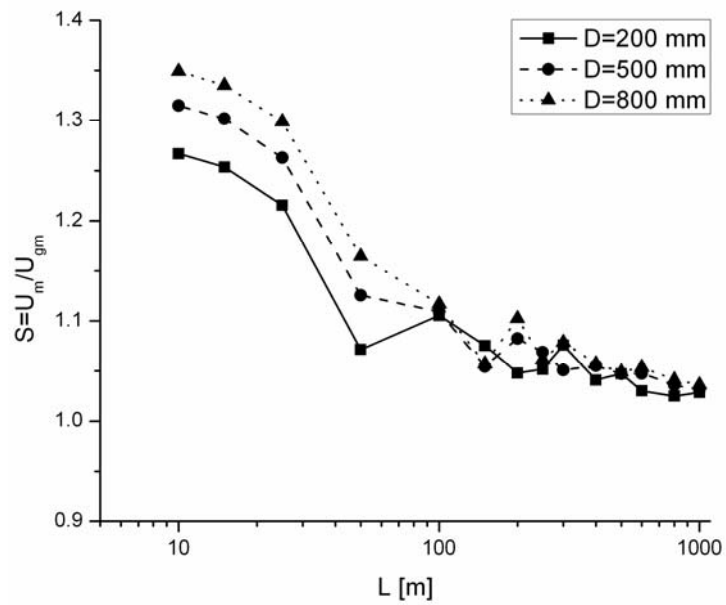
In conclusione, i risultati ottenuti evidenziano l'influenza delle caratteristiche del terreno e della lunghezza della tratta sulla risposta dinamica di condotte in acciaio in zona sismica. Nel caso di condotta libera alle estremità, inoltre, sia gli spostamenti che le deformazioni massime della condotta sono risultate prossime a quella del terreno, si può, quindi, fare riferimento, commettendo un errore in sostanza trascurabile, anche un modello semplice quale, ad esempio, quello “rigido” di Newmark.



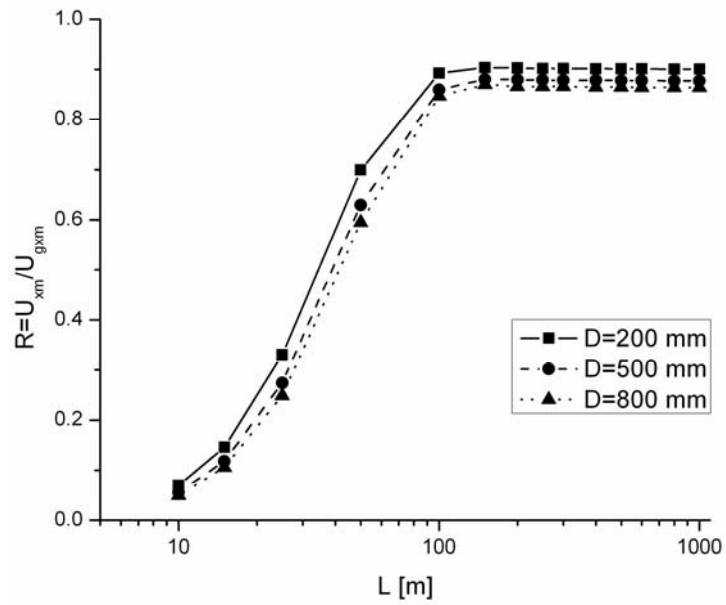
**Figura 5.1:** Andamento di  $S$  al variare della lunghezza  $L$  e del diametro della tratta ( $V_S=200$  m/s).



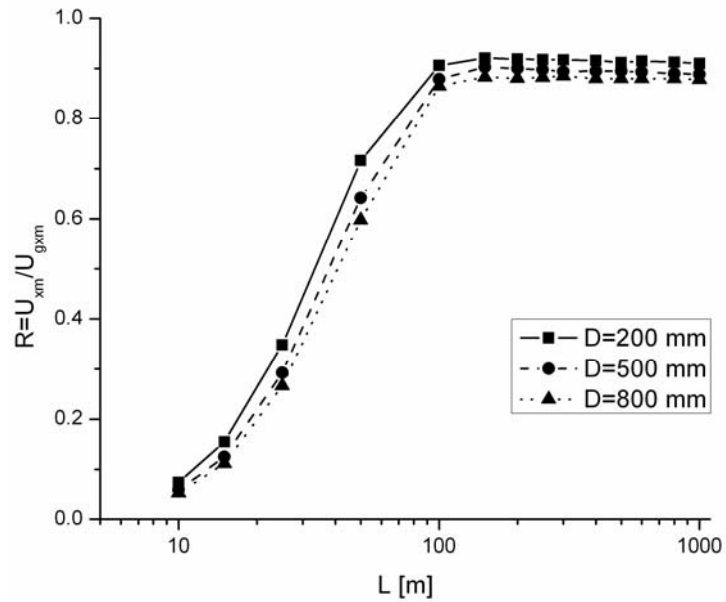
**Figura 5.2:** Andamento di  $S$  al variare della lunghezza  $L$  e del diametro della tratta ( $V_s=350$  m/s).



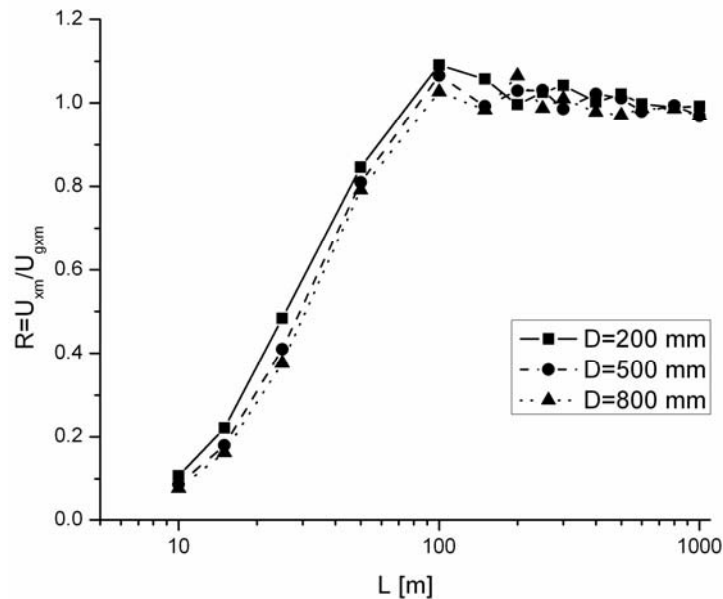
**Figura 5.3:** Andamento di  $S$  al variare della lunghezza  $L$  e del diametro della tratta ( $V_s=800$  m/s).



**Figura 5.4:** Andamento di  $R$  al variare della lunghezza  $L$  e del diametro della tratta ( $V_s=200$  m/s).



**Figura 5.5:** Andamento di  $R$  al variare della lunghezza  $L$  e del diametro della tratta ( $V_s=350$  m/s).



**Figura 5.6:** Andamento di  $R$  al variare della lunghezza  $L$  e del diametro della tratta ( $V_s=800$  m/s).

### 5.3.2 CONDOTTA VINCOLATA RIGIDAMENTE ALLE ESTREMITA'

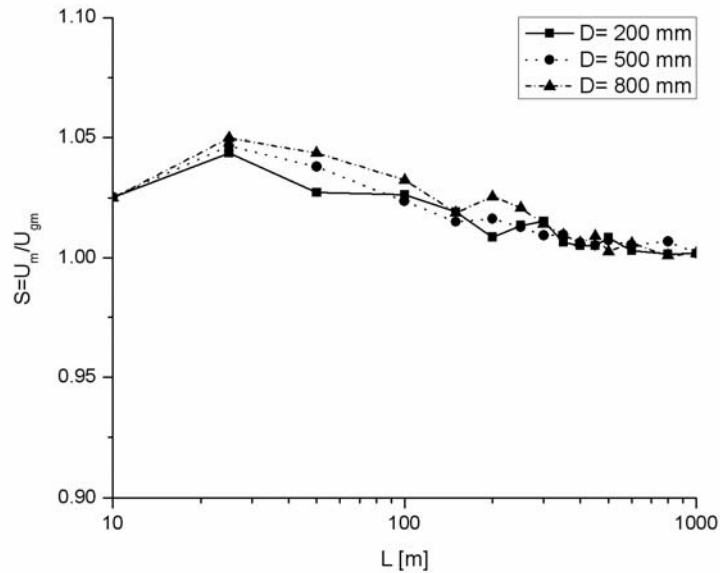
Le simulazioni, condotte applicando il nuovo approccio FLBDWF in caso di condotta vincolata rigidamente alle estremità, sono state condotte solo su terreni di classe B (caratterizzati da  $V_s=350$  m/s e  $V=960$ , ossia considerando un rapporto tra la velocità e la velocità apparente di propagazione delle onde maggiore di 1.2) a causa degli onerosi tempi richiesti dalle calcolazioni.

I risultati sono stati sintetizzati nelle Figure 5.7 e 5.8, in cui si sono riportati, rispettivamente, al variare della lunghezza della tratta, i rapporti  $S$  e  $R$  per i diversi diametri considerati.

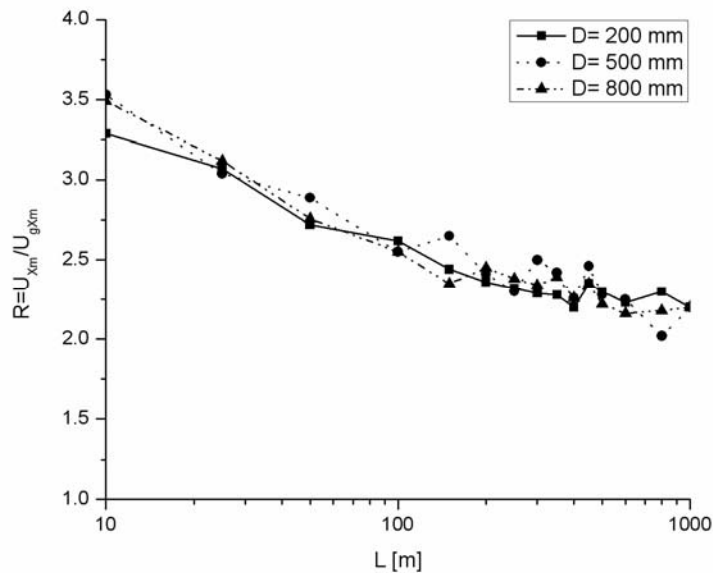
Dall'esame della Figura 5.7 può osservarsi che le tubazioni in acciaio esaminate presentano spostamenti sostanzialmente coincidenti con quelli del terreno, indipendentemente sia dal diametro che dalla lunghezza della condotta. Pertanto per la valutazione degli spostamenti di condotte in acciaio –sia libere che vincolate rigidamente alle estremità– può ritenersi attendibile l'applicazione di un modello semplificato rigido, quale quello classico di Newmark.

Dalla Figura 5.8 si evince, invece, che la risposta dinamica della condotta è fortemente influenzata dalla lunghezza della tratta: il rapporto  $R$ , pur presentando talune oscillazioni, tende a ridursi in modo significativo all'incrementarsi della lunghezza della tratta vincolata presa in esame. Anche nel caso di condotta vincolata rigidamente alle estremità, inoltre, il

diametro non influenza significativamente, il valore della massima deformazione della condotta.



**Figura 5.7:** Andamento di  $S$  al variare della lunghezza  $L$  e del diametro della tratta ( $V_S=350$  m/s,  $V=960$  m/s).



**Figura 5.8:** Andamento di  $R$  al variare della lunghezza  $L$  e del diametro della tratta ( $V_S=350$  m/s,  $V=960$  m/s).

Va, però, soprattutto messo in rilievo che i valori del rapporto  $R$  desunti dal modello FLBDWF risultano molto maggiori rispetto ai valori corrispondenti forniti da alcuni modelli di interazione terreno-tubazione disponibili in letteratura, basati sull'ipotesi



semplificativa di condotta di lunghezza infinita (Newmark, 1967; Nagao et al., 1982; Mavridis & Pitilakis, 1996), per i quali  $R$ , come si è riportato nel capitolo 3, assume valori prossimi all'unità. Tali valori sono, altresì, maggiori rispetto a quelli calcolati applicando il modello FLBDWF nell'ipotesi di condotta libera all'estremità.

Infine, in tutte le simulazioni effettuate si è notato che i massimi valori assunti dal rapporto  $R$  si verificano alle estremità della condotta -ossia in corrispondenza dei vincoli- evidenziando come tali sezioni rappresentino i punti più vulnerabili del “sistema tubo”, in cui le eccessive sollecitazioni potrebbero dar luogo a rottura.

### **5.3.3 INFLUENZA DEI VINCOLI D'ESTREMITA'**

Al fine di mettere in evidenza, nell'ambito del nuovo approccio FLBDWF, l'influenza delle due diverse condizioni di vincolo esaminate -condotta libera alle estremità e condotta vincolata rigidamente alle estremità- nel presente paragrafo sono state presentati i risultati di ulteriori calcolazioni. In particolare, dal momento che il diametro sembra non avere un'effettiva influenza sulla risposta dinamica delle tubazioni in acciaio analizzate, il confronto tra le due condizioni di vincolo è stato effettuato con riferimento ad un unico diametro,  $D_N=800$  m, facendo variare la lunghezza della tratta ed il tipo di terreno.

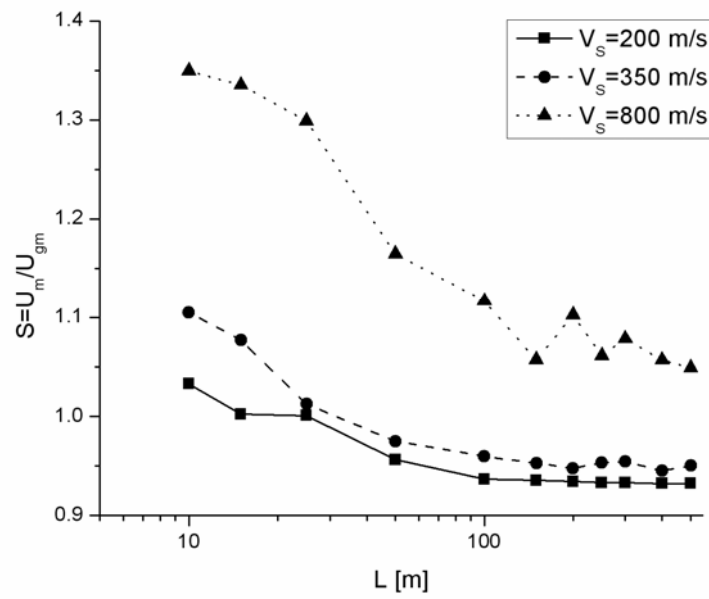
Dalle Figure 5.9-5.12 appare evidente l'influenza delle condizioni di vincolo, oltre che della lunghezza della tratta e delle caratteristiche del terreno di posa.

In particolare, dalle Figure 5.9 e 5.10 si nota che nel caso di condotta vincolata alle estremità si hanno spostamenti della condotta inferiori rispetto al caso di condotta libera, per il quale i valori del rapporto  $S$  sono maggiori dell'unità, con spostamenti della condotta maggiori di quelli del terreno.

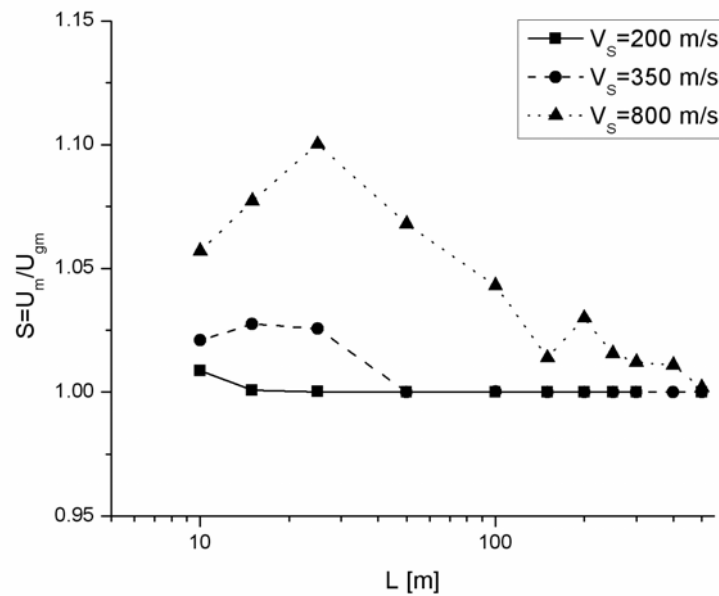
Va, però, messo in evidenza che i valori di  $S$  significativamente maggiori dell'unità si riscontrano soltanto per terreni “duri” (classe A) e per tratte brevi ( $L < 50$  m).

Al contrario, le deformazioni risultano molto maggiori per una condotta vincolata. Infatti dalle Figure 5.11 e 5.12, si evince che il rapporto  $R$ , nell'ambito delle calcolazioni effettuate, tende all'unità per condotte libere, mentre assume valori compresi tra 3.5 e 1.4 per condotte vincolate.

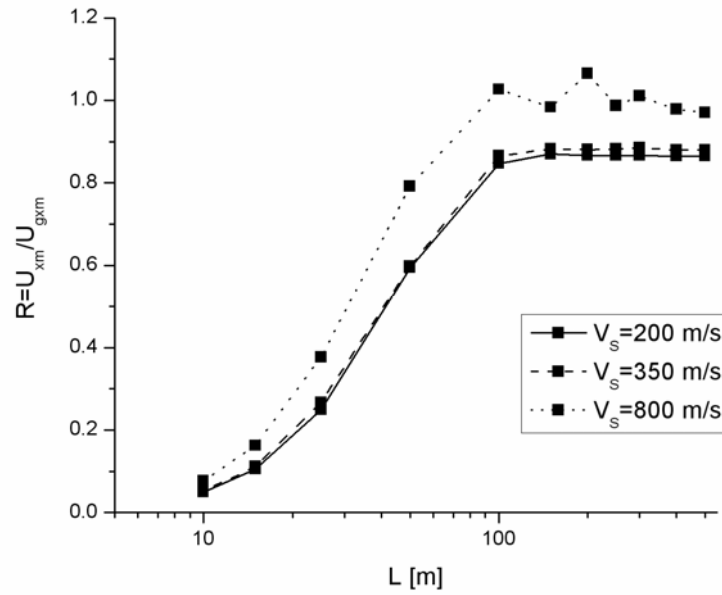
Inoltre, in entrambi i casi, il rapporto  $R$  tende ad aumentare all'incrementarsi del valore  $V_S$  della velocità di taglio, ossia della rigidezza del terreno, in maniera particolarmente significativa per le condotte vincolate.



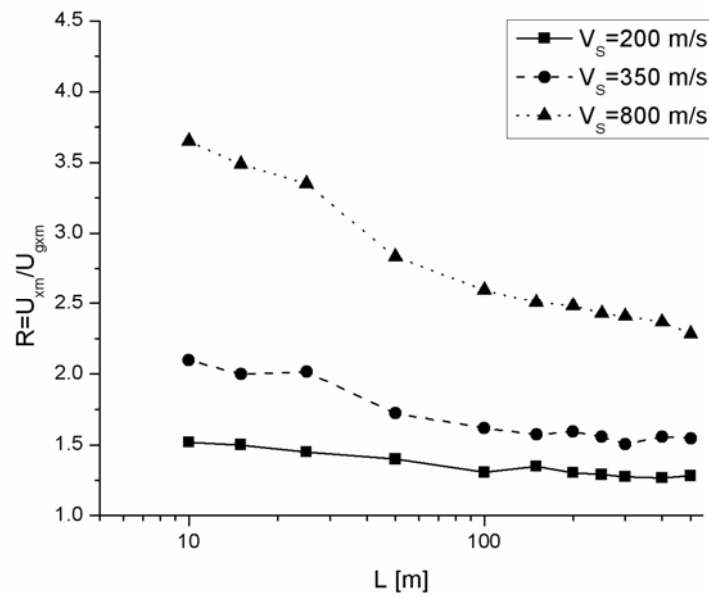
**Figura 5.9:** Andamento di  $S$  al variare della lunghezza  $L$  e della velocità  $V_S$  (D<sub>N</sub>=800 mm, estremità libere).



**Figura 5.10:** Andamento di  $S$  al variare della lunghezza  $L$  e della velocità  $V_S$  (D<sub>N</sub>=800 mm, estremità rigidamente vincolate).



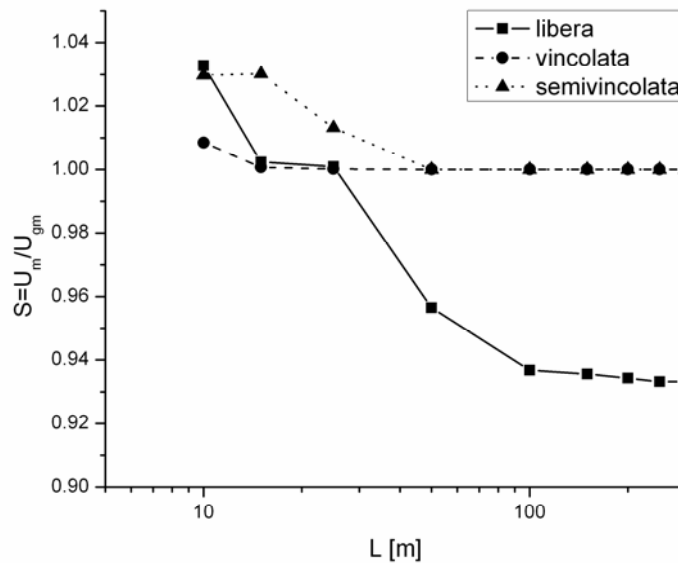
**Figura 5.11:** Andamento di  $R$  al variare della lunghezza  $L$  e della velocità  $V_s$  (D<sub>N</sub>=800 mm, estremità libere).



**Figura 5.12:** Andamento di  $R$  al variare della lunghezza  $L$  e della velocità  $V_s$  (D<sub>N</sub>=800 mm, estremità rigidamente vincolate).

Infine, si sono confrontati i risultati ottenuti applicando il modello FLBDWF nelle ipotesi di: condotta libera, condotta rigidamente vincolata all'estremità e condotta vincolata rigidamente all'estremo sinistro e libera all'estremo destro. In particolare le simulazioni si riferiscono a tubazioni di diametro  $D_N=800$  mm e a due diversi tipi di terreno: classe A e classe C, a cui corrispondono rispettivamente i seguenti valori della velocità di propagazione delle onde di taglio:  $V_S=800$  m/s e  $V_S=200$  m/s.

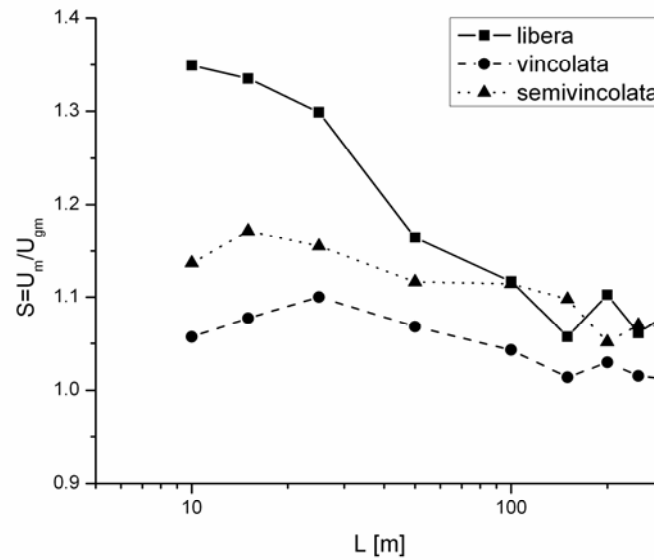
I risultati, riportati nelle Figure 5.13-5.16, evidenziano l'influenza delle condizioni di vincolo. In particolare, dalle Figure 5.13 e 5.14 si evince che gli spostamenti sia nel caso di condotta vincolata rigidamente all'estremo sinistro e libera all'estremo destro che nel caso di condotta vincolata rigidamente alle estremità sono praticamente coincidenti con quelli del terreno per  $V_S=200$  m/s, ossia per terreni molli, per i quali, invece, gli spostamenti nel caso di condotta libera sono risultano minori. Al contrario, per terreni duri si hanno valori del rapporto S maggiori nel caso di condotta libera alle estremità.



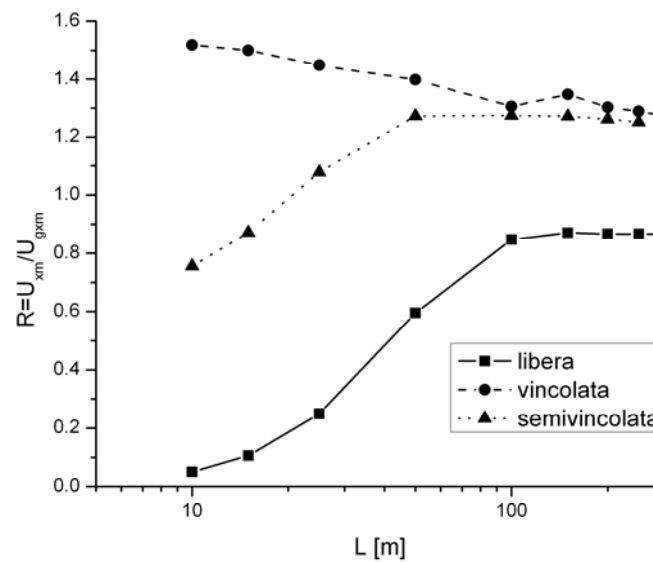
**Figura 5.13:** Andamento di S al variare della lunghezza L e della condizione di vincolo ( $D_N=800$  mm,  $V_S=200$  m/s).

Per quanto riguarda le deformazioni, dalle Figure 5.15 e 5.16, si osservano valori del rapporto R sempre maggiori nel caso di condotta vincolata rigidamente alle estremità rispetto alle altre due condizioni di vincolo esaminate, sia per terreni duri che per terreni molli. Inoltre all'aumentare della lunghezza della tratta, i valori di R calcolati nel caso di condotte vincolate rigidamente all'estremo sinistro e libere all'estremo destro tendono a

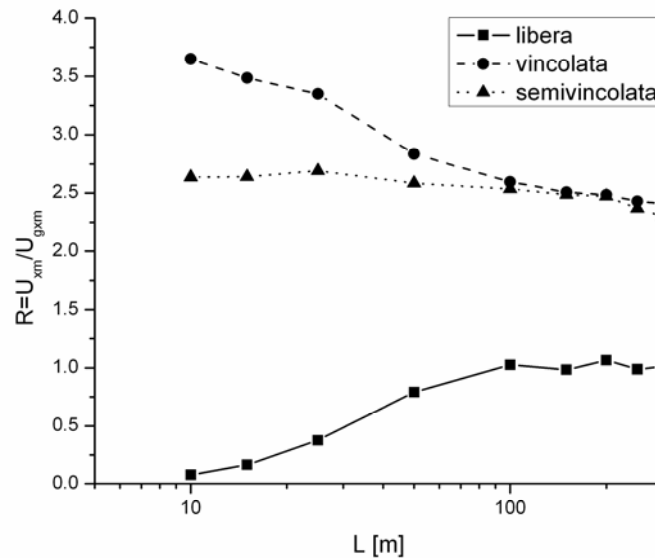
quelli ottenuti nel caso di condotte vincolate rigidamente alle estremità. Infine, in tutte e tre le condizioni di vincolo esaminate, R aumenta al crescere della rigidezza del terreno.



**Figura 5.14:** Andamento di S al variare della lunghezza L e della condizione di vincolo ( $D_N=800$  mm,  $V_S=800$  m/s).



**Figura 5.15:** Andamento di R al variare della lunghezza L e della condizione di vincolo ( $D_N=800$  mm,  $V_S=200$  m/s).



**Figura 5.16:** Andamento di R al variare della lunghezza L e della condizione di vincolo ( $D_N=800$  mm,  $V_S=800$  m/s).

In conclusione, i risultati ottenuti mostrano che **la risposta dinamica delle condotte in acciaio è fortemente influenzata dalle caratteristiche del terreno di posa, dalla lunghezza della tratta e dal tipo di vincolo d'estremità**. Per la determinazione della deformazione massima di condotte libere alle estremità può essere applicato, con errori trascurabili, un modello classico BDWF (o addirittura rigido); per condotte vincolate alle estremità, al contrario, un modello classico sottostima in modo significativo la valutazione della deformazione assiale della condotta (soprattutto per tratte brevi). Il nuovo approccio proposto FLBDWF, quindi, assicura una stima più accurata delle deformazioni della condotta, tenendo conto sia dell'influenza della lunghezza della tratta che delle condizioni di vincolo d'estremità.

## CONCLUSIONI

Nella tesi di dottorato è stato proposto un nuovo approccio alla simulazione della risposta dinamica di tubazioni in zona sismica. I classici modelli di interazione terreno-tubazione, in letteratura – modello “rigido” e modello BDWF (Beam on Dynamic Winkler Foundation)- infatti, sono basati sull’ipotesi semplificativa di condotta di lunghezza infinita, prescindendo non solo dalla sua effettiva lunghezza, ma anche dalla presenza di eventuali manufatti (ad esempio opere d’arte, blocchi d’ancoraggio, diramazioni) che inevitabilmente ne modificano il comportamento. Il nuovo approccio, denominato FLBDWF (Finite Length Beam on Dynamic Winkler Foundation), ha avuto l’obiettivo di schematizzare il comportamento dinamico di una condotta di lunghezza finita, caratterizzata da vincoli d’estremità (estremi liberi, estremi rigidamente vincolati).

Gli spostamenti longitudinali  $U$  della tubazione, sollecitata assialmente, sono governati dalla seguente equazione alle derivate parziali:

$$m \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} - EA \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + K(U - U_g) = 0$$

Dal momento che le estremità della tubazione sono influenzate dall’onda sismica, sono state considerate **due condizioni limite ben distinte: condotta libera alle estremità e condotta vincolata rigidamente alle estremità.**

L’integrazione numerica dell’equazione, con riferimento alle condizioni al contorno specificate, consente, quindi, di definire l’andamento nel tempo, in corrispondenza di una generica ascissa, degli spostamenti assiali della condotta. Con un’impostazione concettualmente analoga può procedersi alla definizione dei corrispondenti andamenti nel tempo delle deformazioni e, quindi, delle sollecitazioni agenti sulla condotta.

L’equazione di nostro interesse risulta del secondo ordine di tipo iperbolico, in cui  $X$  e  $T$  sono variabili indipendenti, mentre  $U$  è la variabile incognita. La risoluzione computazionale è stata affrontata applicando tre metodi alle differenze finite: esplicito di MacCormack (MC), implicito di Crank-Nicolson (CN) ed esplicito di Courant-Friederichs-Lewy (CFL).

Dal confronto dei risultati ottenuti dai suddetti metodi con quelli desunti dalla soluzione esatta, scritta per gli spostamenti ( $U$ ) e per le deformazioni ( $U_X$ ) della condotta, è emerso che tutti e tre i metodi approssimano bene la  $U$ , ma presentano un comportamento diverso per la deformazione assiale, nel caso di condotta vincolata rigidamente alle estremità. Infatti, in tale ipotesi, l'onda sismica induce delle discontinuità nella  $U_X$  che causano fastidiose oscillazioni nei metodi di MC e CN. Tali oscillazioni danno luogo, ovviamente, a delle informazioni false, che si ripercuotono sul massimo valore della  $U_X$ . In tali sezioni il metodo CFL, al contrario, non presenta oscillazioni, fornendo una buona approssimazione delle discontinuità. Alla luce dell'indagine effettuata, pertanto, si è deciso, per la risoluzione dell'equazione, di fare riferimento al metodo CFL.

Al fine di valutare i risultati forniti dal nuovo approccio proposto e di metterli a confronto con quelli desunti dai modelli classici, è stato sviluppato un caso di studio, presentando i risultati ottenuti applicando il metodo FLBDWF a condotte interrate sollecitate assialmente.

L'analisi numerica è stata sviluppata con riferimento a tubazioni in acciaio, materiale frequentemente utilizzato nei settori del convogliamento a pressione dei liquidi e dei gas. In particolare si è analizzata la risposta dinamica di tali condotte al variare delle caratteristiche della tubazione medesima (lunghezza e rigidezza), del terreno (velocità di propagazione delle onde di taglio) e delle condizioni di vincolo, al fine di individuare i parametri che maggiormente influenzano l'interazione terreno-condotta, da tenere particolarmente in conto nella verifica della vulnerabilità di reti di condotte.

La condotta, giuntata per saldature, è stata considerata per ora continua, ammettendo cioè trascurabili le eventuali variazioni tra le caratteristiche della tubazione e del giunto, mentre per il terreno si è assunto un comportamento elastico lineare.

Dalle calcolazioni effettuate è emerso che **la risposta dinamica delle condotte in acciaio è fortemente influenzata dalle caratteristiche del terreno di posa, dalla lunghezza della tratta e dal tipo di vincolo d'estremità**. Al contrario, il diametro sembra giocare un ruolo marginale.

In particolare, dall'analisi numerica -condotta per diversi diametri (rispettivamente  $D_N=200$  mm,  $D_N=500$  mm e  $D_N=800$  mm) e per tre differenti classi di terreno (caratterizzate rispettivamente da  $V_S=200$  m/s,  $V_S=350$  m/s e  $V_S=800$  m/s), variando la



lunghezza della tratta e considerando un sisma di progetto di durata 10 s- si è osservato, nel caso di **condotta libera alle estremità**, che:

- ❖ il rapporto (S) tra lo spostamento massimo della condotta e quello del terreno:
  - tende a ridursi all'aumentare della lunghezza della tratta, assumendo, in particolare, valori di poco superiori all'unità per modeste lunghezze, valori minori dell'unità per lunghezze maggiori;
  - tende ad aumentare all'incrementarsi della rigidezza dei terreni: infatti, per bassi valori della velocità di propagazione delle onde, ossia per terreni “molli”, la condotta mostra spostamenti molto prossimi a quelli del terreno, mentre per terreni caratterizzati da elevati valori di velocità di propagazione delle onde, cioè per terreni di classe A, gli spostamenti della condotta sono maggiori di quelli del terreno, anche per condotte caratterizzate da maggiore lunghezza;
  - sembra essere influenzato dalla rigidezza del tubo, piuttosto che dal diametro: infatti si è notato che la condotta caratterizzata dalla più elevata rigidezza (DN=200 mm) presenta valori del rapporto S sempre più prossimi all'unità di quelli valutati per le altre tubazioni;
- ❖ il rapporto (R) tra la massima deformazione della condotta e la massima deformazione del terreno:
  - cresce all'incrementarsi della lunghezza L della tratta, sino ad L=100 m; per L>100 m, invece, il valore di R si mantiene più o meno costante con valori prossimi all'unità;
  - aumenta all'incrementarsi della rigidezza del terreno, risultando leggermente inferiore all'unità per terreni “teneri” e superando l'unità per terreni più rigidi;
  - non sembra essere influenzato dal diametro della condotta.

Nel caso di **condotta vincolata rigidamente alle estremità** è emerso che:

- ❖ il rapporto (S) tra lo spostamento massimo della condotta e quello del terreno
  - si riduce all'aumentare della lunghezza, assumendo, comunque, valori sempre di poco superiori all'unità;
  - tende ad aumentare all'incrementarsi della rigidezza dei terreni. In particolare, per bassi valori della velocità di propagazione delle onde, ossia per terreni “molli”, la condotta mostra spostamenti molto prossimi a quelli del terreno, mentre per terreni caratterizzati da elevati valori di velocità di propagazione delle onde, cioè

per terreni di classe A, gli spostamenti della condotta sono maggiori di quelli del terreno per tratte brevi, mentre approssimano quelli del suolo per condotte con maggiore lunghezza;

- non è influenzato dal diametro della condotta;
- ❖ il rapporto (R) tra la massima deformazione della condotta e la massima deformazione del terreno:
  - tende a ridursi in modo significativo all'incrementarsi della lunghezza della tratta vincolata presa in esame;
  - tende ad aumentare all'incrementarsi del valore VS della velocità di taglio, ossia della rigidezza del terreno;
  - non risulta influenzato dal diametro della condotta.

Dalle calcolazioni effettuate appare, inoltre, evidente la significativa influenza delle condizioni di vincolo: in particolare, nel caso di condotta vincolata alle estremità si hanno spostamenti della condotta inferiori rispetto al caso di condotta libera, per il quale i valori del rapporto S sono maggiori dell'unità, con spostamenti della condotta maggiori di quelli del terreno. Va, però, messo in evidenza che valori di S significativamente maggiori dell'unità si riscontrano soltanto per terreni "duri" (classe A) e per tratte brevi ( $L < 50$  m).

Le deformazioni, al contrario, risultano molto maggiori nel caso della condotta rigidamente vincolata. Il rapporto R, infatti, tende all'unità per condotta libera, mentre assume valori compresi tra 3.5 e 1.4 per condotta vincolata.

In conclusione, per la determinazione della deformazione massima -e, quindi, del quadro delle sollecitazioni- di condotte libere alle estremità può essere applicato, con errori trascurabili, un modello classico BDWF (o addirittura "rigido"); per condotte vincolate alle estremità, al contrario, un modello classico tende a sottostimare in modo significativo la valutazione della deformazione assiale della condotta (soprattutto per tratte brevi).

Il nuovo approccio proposto FLBDWF, quindi, assicura una stima più accurata delle deformazioni della condotta, tenendo conto sia dell'influenza della lunghezza della tratta che delle condizioni di vincolo d'estremità. Esso dimostra, altresì, che l'approccio "classico" conduce ad una valutazione sottostimata del quadro deformativo delle condotte vincolate (situazione, questa, sicuramente molto frequente nelle reti di condotte).

Per quanto riguarda gli sviluppi futuri per il nuovo approccio FLBDWF, si prevede:

- l'estensione al caso di sollecitazione sismica flessionale, ossia lo studio dell'equazione:

$$EI \frac{\partial^4 U}{\partial X^4} + m \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} + K(U - U_g) = 0$$

- l'introduzione del giunto, quindi l'ipotesi di condotta discontinua;
- l'applicazione alle tipologie di condotte più frequentemente utilizzate nei settori del convogliamento a pelo libero ed a pressione dei liquidi (acciaio, ghisa, calcestruzzo, grés, PVC, PEad liscio ed parete strutturata, PRFV) e del gas (acciaio, PEad), con riferimento allo spettro sismico previsto dall'attuale normativa (D. M., 2008) ed alle diverse possibili condizioni di posa (dipendenti dalla tipologia dell'opera e dalle condizioni locali geologiche, geotecniche e territoriali);
- una schematizzazione più complessa del terreno, ad esempio elasto-viscosa.

Il complesso lavoro programmato -di cui la tesi di dottorato rappresenta un primo significativo step e che s'intende proseguire in futuro- potrà consentire di valutare la risposta dinamica delle reti infrastrutturali e confrontare i risultati numerici con quelli eventualmente raccolti in sito dall'ente gestore.

Verrà, inoltre, presa in esame la possibilità di effettuare prove sperimentali su tavolo vibrante al fine di redigere, sia pure in forma preliminare, una carta della vulnerabilità sismica per una delle reti infrastrutturali della Regione Campania. Su tempi più lunghi e con la collaborazione degli enti gestori sarà possibile procedere ad una completa mappatura della vulnerabilità sismica delle reti infrastrutturali della regione Campania. Sulla base dell'esperienza acquisita, sarà, inoltre, possibile procedere alla definizione di una procedura di analisi della vulnerabilità sismica delle reti di condotte (sistemi acquedottistici, sistemi di drenaggio urbano, sistemi di distribuzione gas). Tali obiettivi appaiono di particolare rilievo, attesi i contenuti dell'Ordinanza della Presidenza del Consiglio dei Ministri OPCM 3274/03 "Primi elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e di normative tecniche per le costruzioni in zona sismica". Sulla scorta delle ricerche e dei dati delle fasi precedenti, sarà possibile sviluppare l'aspetto più strettamente tecnico della ricerca, procedendo all'individuazione di criteri di dimensionamento e di adeguate tecnologie esecutive da adottarsi in zona sismica per le reti infrastrutturali (settore idrico e gas). I risultati ottenuti potranno consentire da un lato la redazione di un manuale tecnico per i progettisti, dall'altro di coinvolgere le

industrie del settore tubazioni in una ricerca mirata alla messa a punto di giunti sismici di particolare elasticità ed affidabilità; Sarà, inoltre, possibile, procedere, operando eventualmente di concerto con le strutture della Protezione Civile, alla definizione di un protocollo d'emergenza da attivare in caso di sisma, al fine di intervenire nelle aree caratterizzate da maggiore vulnerabilità, ripristinando, in tempi accettabili, un livello almeno minimale del servizio di distribuzione idrica.

## BIBLIOGRAFIA

- ARIMAN T., MULESKI G.E. - *A review of the response of buried pipelines under seismic excitations*, Earthquake Eng. Struct. Dyn., 9, 1981
- CHIORINO M. A., LOSANA G., BOSCO G., FORTE G. – *Problemi di progettazione antisismica di condotte interrate con particolare riguardo alle tubazioni in cemento armato ordinario e precompresso*, A.N.D.I.S., Convegno materiali per condotte, Sheraton Hotel, Roma, 1983
- COMO M, LANNI G. – *Elementi di costruzioni antisismiche*, A. Cremonese, 1979
- CORRADO V., D’ACUNTO B., FONTANA N., GIUGNI M. - *Estimation of dynamic strains in finite end-constrained pipes in seismic areas*, Mathematical and Computer Modelling, 2008a
- CORRADO V., D’ACUNTO B., FONTANA N., GIUGNI M. - *Risposta dinamica di tubazioni interrate in zona sismica*, 31° Convegno Nazionale di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Perugia, September 9-12, 2008b
- CORRADO V., D’ACUNTO B., FONTANA N., GIUGNI M. - *Dynamic response of water networks in seismic areas*, IABSE 17th Congress Chicago 2008, USA, September 14-19, 2008c
- CORRADO V., D’ACUNTO B., FONTANA N., GIUGNI M. - *A new approach for the analysis of dynamic response of continuous buried pipes in seismic areas*, Journal of Transportation Engineering, (in revisione), 2008d
- COSENZA EDOARDO – *Notiziario Ordine Ingegneri di Napoli*, Marzo-Aprile 2003
- D’ACUNTO B. – *Computational methods per PDE in mechanics*, World Scientific, 2004
- DATTA T.K. – *Seismic response of buried pipelines: a state-of-the-art review*, Nuclear Engineering and Design 192, Elsevier, 1999
- DATTA T.K., MASHALY E.A. – *Pipeline response to random ground motion by discrete model*, Earthquake Eng. Struct. Dyn. 14, 1986

- DATTA S.K., SHAH A.H., EL-AKILY N. – *Dynamic behavior of buried pipeline in seismic environment*, Trans. ASME J. Appl. Mech. 49, 1984
- DE MARTINO G., D'ACUNTO B., FONTANA N., GIUGNI M. - *Dynamic response of continuous buried pipes in seismic areas*, ASCE Pipelines 2006 Conference, Chicago, Illinois, 2006
- DE MARTINO G., DE MARINIS G., GIUGNI M. – *Risposta dinamica di tubazioni di drenaggio in zona sismica*, Idrotecnica, n° 1, Maggioli Editore, Gennaio-Febbraio 1994
- DE MARTINO G., DE PAOLA F., FONTANA N., GIUGNI M. – *Azioni dinamiche su tubazioni continue interrato in zona sismica*, Atti del Congresso Nazionale Condotte per acqua e gas linee, “L’acqua”, 2002
- DE MARTINO G., FONTANA N., GIUGNI M., GRECO R., PERILLO G. - *Dynamic behaviour of continuous buried pipes subject to earthquakes*, SUSI 2000, Structures Under Shock and Impact, Wessex Institute of Technology, Cambridge University, UK, 2000
- DE MARTINO G., FONTANA N., GIUGNI M., PERILLO G. – *I grandi collettori di drenaggio in zona sismica*, Atti del Convegno Nazionale ANIDIS, Torino, 1999
- DE MARTINO G., GIUGNI M. - *Seismic effects on waterworks*, Excerpta, 11, 1997
- DE MARTINO G., GIUGNI M., PERILLO G. – *Condotte interrato in zona sismica. Effetti dinamici*, Scritti in onore di G. Ippolito, Vol. II, Lacco Ameno, CUEN, 1991
- D. M. 14.01.2008 *Approvazione delle nuove norme tecniche*, S. O. delle G. U. n. 29 del 04.02.2008
- EUROCODE8 *Design Provisions for Earthquake Resistance of Structures*, CEN, 1994.
- EUROPEAN PRESTANDARD, ENV 1998-4 - *Design of structures for earthquake resistance Part 4: Silos, tanks and pipelines*, CEN, 1998
- HALL W. J., NEWMARK N. M. – *Seismic design criteria for pipelines and facilities*. The current state of knowledge of lifeline: earthquake engineering. J. Struct. Eng. ASCE 103, 1977
- HINDY A., NOVAK M. – *Earthquake response of underground pipelines*. Earthquake Eng. Struct.Dyn. 7, 1979
- HINDY A., NOVAK M. – *Pipeline response to random ground motion*, J. Eng. Mech. ASCE 106, 1980
- IWAMOTO T., WAKAI N., YAMAJII T. - *Observation of dynamic behaviour of buried pipelines during earthquakes*, Proceedings of 8th WCEE, San Francisco, 1984

- JJSCE – *Preliminary Report on the Great Hanshin Earthquake*, January 17, 1995
- KITAURA M., MIYAJIMA M. – *Damage to pipelines subjected to soil liquefaction in 1983 Nipponkai-Chubu earthquakes in Japan*, 1996
- KUBO K., KATYAMA OHASI M. – *Lifeline earthquakes engineering in Japan*. J. Technol. Counc. ASCE 105, 1979
- KUESEL T. R. - *Earthquake design excitation for subways*, ASCE Journal of Structural Engineering, ASCE 95, 1979
- LUCO J. E., BARNES F. C. P. – *Seismic response of cylindrical shell embedded in layered visco elastic half space*, Earthquake Eng. Struct. Dyn., 1994
- MANOLIS G., PITILAKIS K., TELEPOULIDIS P., MAVRIDIS G. - *Axial and Transverse Seismic Analysis of Buried Pipelines*, 11th World Conference on Earthquake Engineering, Acapulco, Mexico, 1995
- MANOLIS G. D., TETEOULIDIS, P.I., TALASLIDIS D.G., APOSTOLIDIS G. – *Seismic analysis of buried pipeline in a 3D soil continuum*, Engineering analysis with Boundary Elements 15, Elsevier Science Limited, Great Britain, 1995
- MAVRIDIS G. – *Contribution to the seismic analysis and the aseismic design of underground pipelines*, 1995
- MAVRIDIS G., PITILAKIS K. D., - *Axial and transverse seismic analysis of buried pipelines*, Proceedings of the 11th World Conference on Earthquake Engineering, Acapulco, Mexico, 1996
- MELE M. – *Ingegneria sismica*, Springer-Verlag, Wien, New York, 1980
- MULESKI G. E., ARIMAN T., AUMEN C. P. – *A shell model for buried pipes in earthquakes*, J. Soil Dyn. Earthquake Eng., 1979
- NAGAO S., HOOJO S., IWAMOTO T., WAKAI N. – *Measures to protect buried pipelines from earthquakes and soft ground*, EUROPIPE 1982 Conference, Paper 4, Basel, Switzerland, 1982
- NELSON I., WEIDLINGER P. – *Dynamic seismic analysis of long segmented lifelines*, Trans. ASME J. Pressure Vessel Technol., 101, 1979
- NEVIANI I., FEYLES P.C. – *Geografia generale*, seconda edizione, SEI, Giugno 1998
- NEWMARK N. M. – *Problems in Wave Propagation in Soil and Rock*, International Symposium on Wave Propagation and Dynamic Properties of Earth Material, University of New Mexico Press, 1967

- NEWMARK N. M., HALL W.J. - *Pipeline design to resist large fault displacement*, Proc. US Natl. Conf. Earthquake Eng. Res. Inst., 1975
- NEWMARK N. M., ROSENBLUETH E. - *Fundamentals of Earthquake Engineering*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1971
- NOVAK M., HINDY A., - *Seismic analysis of underground tubular structures*, Proc. Seventh World Conf., Earthquake Eng. 8, 1980
- OKAMOTO S. - *Introduction to earthquake engineering*, University of Tokyo Press, 1973
- O'LEARY P.M., DATTA S.K. - *Dynamics of buried pipelines*, J. Soil Dyn. Earthquake Eng. 4, 1985
- O'LEARY P.M., DATTA S.K. - *Dynamic response of buried pipeline at low frequencies*, Trans. ASME J. Pressure Vessel Technol. 107, 1985
- O.P.C.M. 20.03.2003 - *Primi elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e di normative tecniche per le costruzioni in zona sismica*, G. U. n° 105 del 08.05.2003
- O'ROURKE M. J., BLOOM M. C., DOBRY R. - *Apparent Propagation Velocity of Body Waves*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 10, 1982
- O'ROURKE M. J., EL HMADI, K. E. - *Analysis of Continuous Buried Pipelines for Seismic Waves*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 16, 1988
- O'ROURKE M., LIU X. - *Response of buried pipelines subject to earthquake effects*, Monograph Series #3. multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research, University of Buffalo, 1999
- O'ROURKE M.J., PIKUL R.R., WANG L.R.L. - *Transverse seismic waves at pipeline junctions*, J. Tech. Counc. ASCE 108, 1982
- PEZZOLI G. - *Dinamica sismica delle grandi condotte*, XXII Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Cosenza, 4-7 Ottobre, 1990
- SHAH H.H., CHU S.C. - *Seismic analysis of underground structural elements*, J. Power Div. ASCE 100, 1974
- SHINOZUKA M., KOIKE T. - *Estimation of structural strains in underground lifeline pipes*, Lifeline Earthquake Engineering ASME, 1979
- Standards for aseismic civil engineering constructions in Japan*, 1980
- TAKADA S., TANABE K. - *Tree dimensional seismic response analysis of buried continuous or jointed pipelines*, J. Pressure Vessel Technol. ASME 109, 1987



- VIPARELLI R., SANTORELLI S., COCCA C., PIZZA A. G. - *Dynamic response of large-diameter pipes laid in seismic areas*, BEM, 19, Roma, Italy, 1997
- WANG L.R.L., O'ROURKE M.J.- *State of the art of buried pipeline earthquake engineering, the current state of knowledge of lifeline: earthquake engineering*, J. Struct. Eng. ASCE 103, 1977
- WANG L.R.L., O'ROURKE M.J., PIKUL R.R. – *Seismic response behavior of buried pipelines*, Trans. ASME J. Pressure Vessel Technol. 101, 1979
- WANG L.R.L., PIKUL R.R., O'ROURKE M.J.- *Imposed ground strain and buried pipelines*, J. Technol. Counc. ASCE 108, 1982
- WANG L.R.L., YEH Y.H.- *A refined seismic analysis and design of buried pipelines for fault movement*, Earthquake Eng. Struct. Dyn. 13, 1985
- WONG K.C., SHAH A.H., DATTA S.K.- *Tree dimensional motion of buried pipeline*, J. Eng. Mech. ASCE 112, 1986
- WONG F.S., WEIDLINGER P. – *Design of underground protective structures*, J. Struct. Eng. ASCE 109, 1983
- Technol. Counc. ASCE 108, 1982
- YUAN H. R., WALKER R. E. – *The investigation of simple soil-structure interaction model*, Dynamic Waves in Civil Engineering, Wiley, New York, 1970
- ZAUDERER, E. - *Partial differential equations of applied mathematics*, Wiley, New York, 1983